

Treball de Fi de Grau

Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials

**Optimització d'uns esquis de fusta mitjançant la
virtualització d'assaigs experimentals**

MEMÒRIA

Autor: Adrià Baró Biosca
Director: Xavier Ayneto Gubert
Convocatòria: Juny 2018



Escola Tècnica Superior
d'Enginyeria Industrial de Barcelona



Resum

Aquest treball de fi de grau es centra en l'optimització d'uns esquís de fusta artesanals, partint d'un model d'esquís ja existent i en fabricació. Aquesta optimització en resulta l'objectiu principal i es defineixen altres objectius específics, que es van assolint progressivament. Una part important del treball correspon a la recerca i estudi de la fusta utilitzada com a material estructural i, més concretament, per la fabricació d'esquís. També es descriu el disseny i realització de dos assaigs al laboratori per tal de caracteritzar certes propietats de la fusta que s'utilitza en la fabricació dels esquís i que posteriorment han resultat útils per analitzar-ne el comportament.

Per aconseguir aquesta optimització, s'ha utilitzat una metodologia en la qual s'ha combinat el disseny d'experiments amb la modelització d'una situació real d'ús dels esquís mitjançant simulació per elements finits. Cada experiment correspon a una simulació amb una geometria del nucli de fusta diferent on, dita geometria, ve determinada pel mateix disseny d'experiments. Finalment, s'han analitzat estadísticament els resultats obtinguts en les simulacions i s'ha buscat un esquí òptim, dins de l'espai de disseny, intentant millorar uns valors objectius. Aquests valors objectius, s'han definit a partir dels resultats que s'han obtingut de l'esquí que es fabrica actualment, del qual s'ha partit.

Els resultats que ens ha ofert aquesta metodologia han estat molt positius, ja que s'han aconseguit reduir els costos que implicaria la fabricació d'esquís successius per intentar trobar-ne un amb millors prestacions. Les conclusions que s'han extret d'aquest òptim són que aquest millora lleugerament les prestacions que l'esquí actual ofereix, si bé, no es pot considerar que aquesta optimització sigui molt rellevant. Es podria donar continuïtat al projecte, utilitzant la metodologia comentada i que s'explica al llarg del treball, explorant més geometries i modelitzant més situacions d'ús dels esquís.

Sumari

1. PREFACI	5
2. INTRODUCCIÓ	6
2.1. Abast del projecte	6
2.2. Objectius del projecte	6
2.3. Metodologia del projecte	7
3. LA FUSTA COM A MATERIAL ESTRUCTURAL	9
3.1. Propietats físiques	9
3.2. Propietats mecàniques	13
3.2.1. Anisotropia	15
3.2.2. Factors que influeixen en les propietats mecàniques	16
3.2.2.1. Contingut de humitat	16
3.2.2.2. Duració de la carga	17
3.2.2.3. Temperatura	18
3.3. Assaigs per la determinació de les propietats mecàniques	19
3.3.1. Assaig a flexió elàstic	19
3.3.1.1. Objecte de l'assaig	19
3.3.1.2. Base teòrica i càlculs realitzats abans de l'assaig	20
3.3.1.3. Realització de l'assaig	23
3.3.2. Assaig de torsió elàstic	27
3.3.2.1. Objecte de l'assaig	27
3.3.2.2. Base teòrica i càlculs realitzats abans de l'assaig	27
3.3.2.3. Realització de l'assaig	30
3.3.3. Conclusions dels dos assaigs	32
3.4. Fabricació dels esquís	34
3.4.1. Materials utilitzats	34
3.4.1.1. Propietats físiques i mecàniques	37
3.4.2. Construcció tipus "sandwich"	39
3.4.3. Etapes del procés de fabricació	39
3.4.3.1. Fresatge	39
3.4.3.2. Emmotllament al buit	40
3.4.3.3. Acabats finals	41

4. DISSENY D'EXPERIMENTS I OPTIMITZACIÓ	42
4.1. Disseny d'experiments i objectius.....	42
4.2. Dissenys factorials.....	44
4.2.1. Disseny a dos nivells.....	45
4.2.2. Matriu de disseny	46
4.3. Anàlisi dels resultats	47
4.3.1. Interpretació dels resultats.....	48
5. ANÀLISI PER ELEMENTS FINITS	50
5.1. Descripció de la realitat	50
5.2. Disseny 3D dels esquís.....	53
5.3. Modelització experimental de la realitat	55
5.3.1. Definició dels materials	55
5.3.2. Geometria i assignació dels materials.....	56
5.3.3. Mallat	57
5.3.4. Condicions de contorn i forces	58
5.4. Simulacions del disseny experimental.....	59
5.4.1. Simulació i anàlisi de l'esquí alfa	60
5.4.2. Simulacions del disseny d'experiments	62
5.5. Anàlisi estadístic dels resultats	66
6. PRESSUPOST	73
CONCLUSIONS	76
AGRAÏMENTS	77

1. Prefaci

Aquest treball de fi de grau té origen en un projecte personal que el Sr. Oriol Baró, exalumne de l'Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona i Enginyer Industrial, va iniciar ara fa uns tres anys. El seu projecte, consisteix en el disseny i fabricació d'esquís de fusta personalitzats, principalment enfocats a esquiadors experimentats i que busquen uns esquís secundaris més propers als que es fabricaven antigament, sense haver de renunciar a la prestacions que puguin oferir uns esquís actuals. En la *Imatge 1.1.* podem veure uns d'aquests esquís de fusta personalitzats fabricats per ell, sota el nom de **Liken Skis** ©.

A finals de l'estiu del 2017, em va comentar sobre la possibilitat de portar el projecte una mica més enllà i intentar millorar els esquís que fabricava. Finalment, al desembre del mateix any vaig decidir ajudar-lo, basant-me en el seu projecte per realitzar el meu treball de fi de grau. Amb l'objectiu d'aconseguir alguna millora en els esquís que fabrica, aplicant coneixements adquirits durant la carrera, i molts més que obtindria al llarg del treball.



Imatge 1.1. Esquís de fusta personalitzats

Una vegada decidida la meua col·laboració amb projecte dels esquís, vam començar a definir i organitzar les línies que seguiria el meu treball. El meu interès per la resistència de materials i les simulacions per elements finits, van marcar les pautes d'aquest i vaig decidir proposar al Sr.Xavier Ayneto Gubert, professor de l'assignatura de *Mecànica del Medi Continu* i investigador del *Departament de Resistència de Materials i Estructures a l'Enginyeria*, de ser-ne tutor i ajudar-me en aquest treball de fi de grau. Molt amablement va acceptar la meua proposta i d'aquesta manera va sorgir el treball que es presenta a continuació.

2. Introducció

2.1. Abast del projecte

Com ja s'ha comentat en el *1.Prefaci* aquest treball de fi de grau no comença des de zero, sinó que parteix d'unes bases ja establertes de disseny i fabricació d'esquís de fusta. L'objectiu no serà qüestionar tot el que s'està realitzant actualment, així doncs, no es tractaran tots els aspectes del disseny ni la fabricació dels esquís de fusta. Tot i això, aquests aspectes i la fabricació han estat degudament estudiats i s'explicaran breument en la memòria del treball.

Concretament, s'analitzarà el comportament estructural d'un dels models d'esquí més fabricats i demandats del moment, que anomenarem esquí alfa, per tal de buscar una millora en les prestacions d'aquest. Per assolir aquesta millora, serà necessari realitzar passos previs i seguir una metodologia ben estructurada, que s'explicarà a continuació.

2.2. Objectius del projecte

L'objectiu principal d'aquest projecte és combinar el coneixements de diverses assignatures per aconseguir l'optimització d'aquest esquí alfa, millorant algun dels seus aspectes sense perdre cap de les prestacions que ofereix actualment. Per arribar a aquest objectiu principal i final, abans serà necessari completar objectius específics que s'enumeren de forma breu i concisa a continuació:

- Estudiar i entendre el comportament de la fusta com a material estructural
- Definir i estudiar les propietats físiques i mecàniques de la fusta
- Dissenyar, realitzar i treure conclusions de assaigs al laboratori per caracteritzar la fusta que s'utilitza en la fabricació dels esquís
- Descriure i entendre el procés de fabricació artesanal dels esquís de fusta
- Caracteritzar les propietats dels materials que s'utilitzen en la fabricació dels esquís i seran necessaris per les simulacions per elements finits
- Definir i estudiar com funciona un disseny d'experiments i quin d'aquests disseny podem aplicar en el nostre cas
- Descriure i analitzar la situació habitual d'ús dels esquís
- Buscar situacions extremes d'ús dels esquís
- Realitzar un model 3D dels esquís mitjançant software de disseny assistit per ordinador
- Analitzar el comportament estructural dels esquís per elements finits
- Definir un disseny d'experiments i dur-lo a terme

- Analitzar estadísticament els resultats de les simulacions del disseny d'experiments i treure conclusions

2.3. Metodologia del projecte

De forma resumida, en aquest projecte es vol utilitzar la metodologia de disseny d'experiments per tal de poder optimitzar els esquís. Cadascun d'aquest experiments serà una simulació que es realitzarà mitjançant software informàtic, per elements finits. Els resultats obtinguts en les simulacions combinats amb el disseny d'experiments i l'anàlisi estadístic, seran les eines per aconseguir l'optimització dels esquís.

La metodologia que es seguirà en aquest projecte té la finalitat de substituir la metodologia més tradicional, que a vegades pot funcionar, però molt menys científica i rigorosa com és la metodologia *prova-error*. La metodologia *prova-error* funcionaria de la manera següent: es dissenyaria un esquí modificant algunes característiques respecte l'actual, es provaria en situacions normal d'ús i es veuria, moltes vegades per simples sensacions, si s'ha aconseguit millora en algun aspecte. Com es pot intuir aquesta metodologia resulta molt poc eficaç, presenta uns costos econòmics elevats i no assegura una millora en els esquís.

Per aquest motiu, la metodologia que es seguirà en aquest projecte permetria millorar la metodologia tradicional de *prova-error*, al tractar-se d'una metodologia amb una base científica establerta i al no ser necessari haver de fabricar un esquí cada vegada. No cal dir, que els passos que es seguiran estaran degudament estructurats i detallats per evitar errors que podrien provocar no arribar a l'objectiu principal del projecte.

3. La fusta com a material estructural

3.1. Propietats físiques

La fusta és un material orgànic i natural compost d'una determinada estructura cel·lular. El material que ens interessa, des del punt de vista de l'enginyeria, s'obté del conjunt de teixits que formen el tronc, les arrels i les branques dels arbres. Tot i que, només són aprofitables comercialment les parts de fusta de certes dimensions.

Al tractar-se d'un material orgànic està format per un conjunt de cèl·lules que duen a terme les funcions vitals del vegetal. Aquestes cèl·lules i les funcions que duen a terme, provoquen que es tracti d'un material no homogeni, és a dir, heterogeni. La heterogeneïtat del material es veu reflectida per les propietats físiques i mecàniques, i dona lloc el que coneixem com a anisotropia de la fusta.

Per entendre les propietats físiques de la fusta cal distingir tres nivells diferents on explicar les diferents propietats:

- Estructura submicroscòpica: en aquest nivell ens interessa veure les diferents capes que formen la paret de les cèl·lules.

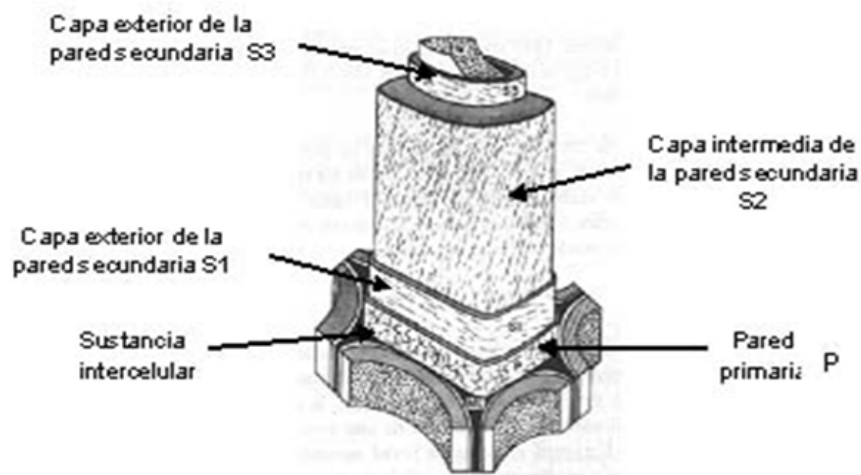


Fig. 3.1. Estructura de la paret cel·lular

Podem veure en la *Fig. 3.1* com la fibra té una secció buida que permet la conducció de les substàncies vegetals, com la saba. Aquesta propietat també provoca una disminució de la densitat del material i, consegüentment, del pes amb una alta

eficàcia. La capa dominant de la paret secundària S2, té la capacitat adequada per resistir esforços de tracció. Si els esforços són de compressió, els microfilaments de la capa S2 treballen com a columnes comprimides, ajudades per les capes S1 i S3 que eviten el vinclament, actuant com a cèrcols.

- Estructura microscòpica: cal observar aquest nivell per entendre perquè la fusta es entre 20 i 40 vegades més rígida en la direcció transversal que en la longitudinal.

Les fustes coníferes presenten una estructura més senzilla, però anàloga a la estructura de les frondoses. Entre el 90 i el 95% està format per cèl·lules anomenades traqueïdes, que tenen una forma allargada amb els extrems tancats de forma afilada o plana. Aquestes fibres es troben alineades amb les longitudinal del eix del tronc de l'arbre.

- Estructura macroscòpica: aquest nivell és l'observable a simple vista i, probablement, és el més important per la fusta utilitzada com a material estructural.

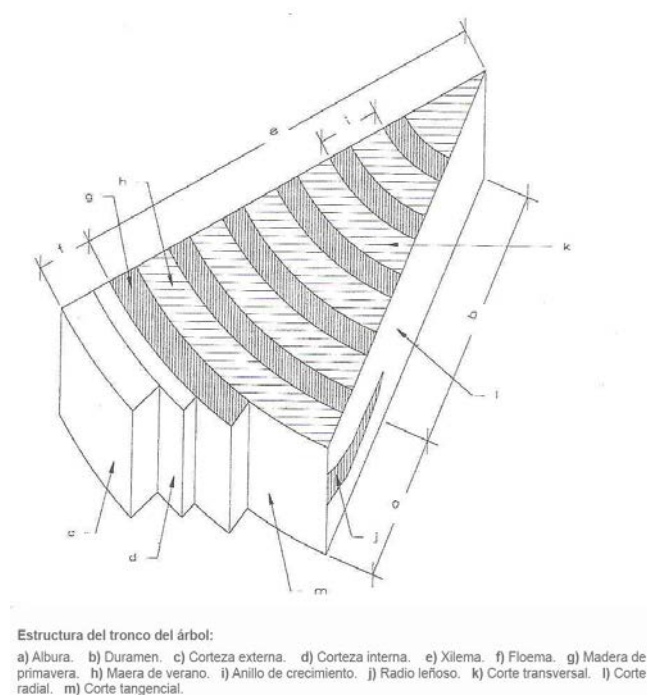


Fig. 3.2. Estructura del tronc

En la Fig. 3.2 podem observar les diferents parts de la estructura del tronc de l'arbre, en el nostre cas ens centrarem en el teixit llenyós, és a dir, la part més interior del tronc arbre.

Una vegada hem vist resumidament l'estructura de la fusta, podem entendre com l'aigua o la humitat poden afectar les propietats d'aquesta. Com a última propietat física i relacionat amb l'estructura comentada anteriorment, definirem la densitat de la fusta i en donarem alguns valors característics que seran útils posteriorment.

Abans però, cal diferenciar com es pot presentar l'aigua en la fusta, segons si influeix en les propietats físico-mecàniques i/o és important per la formació del material, podem distingir:

- *Aigua de constitució*: forma part de la pròpia estructura de la fusta i la seva eliminació suposa la destrucció del material.
- *Aigua de impregnació*: aquesta aigua es manté en equilibri amb l'ambient i es troba continguda en les parets cel·lulars. Té gran influència en les propietats físico-mecàniques.
- *Aigua lliure*: es troba saturant les fibres, omplint les cavitats de les cèl·lules. No té influència en les propietats físico-mecàniques, a part d'augmentar la densitat aparent.

La fusta acabada de tallar conté entre un 50 % i un 110 % d'aigua, aquest valor es redueix fins a l'ordre del 16-18% quan s'asseca a condicions ambient.

Com ja hem comentat, la fusta tendeix a absorbir o perdre aigua segons les condicions del ambient, per això diem que es tracta d'un material higroscòpic. Aquesta característica ha de ser controlada en estructures de grans dimensions, ja que pot tenir un efecte significatiu en les propietats físico-mecàniques i en el moviment del material davant de variacions de humitat. En el nostre cas, no serà necessari tenir en compte la higroscopicitat ja que al tractar-se d'elements de fusta de dimensions reduïdes l'efecte produït és menyspreable.

Finalment, ens centrarem en la propietat física que més utilitzarem al llarg de l'estudi, la densitat de la fusta. Aquesta densitat és necessari referir-la amb un determinat contingut d'humitat, que generalment serà del 12%.

La densitat varia dins un rang depenent de la espècie, des de els 300 kg/m^3 de les espècies més lleugeres fins els 1.200 kg/m^3 de les fustes més pesades.

La densitat real de la fusta en sí, parets cel·lulars, és constant en totes les espècies i té un valor de 1.500 kg/m^3 . Això significa que la diferències de densitats entre espècies s'aconsegueix amb una major o menor proporció de forats en el seu interior, vistos en l'estructura submicroscòpica.

Tot i l'ampli rang de densitats, aquest rang pot reduir-se considerablement ja que les fustes utilitzades com a material estructural es troben entre 400 i 550 kg/m^3 en fustes coníferes i 600 i 700 kg/m^3 en les frondoses.

El valor relativament baix de la densitat comparat amb la resistència i el mòdul de elasticitat, la converteix en un material especialment adequat per aplicacions estructurals.

Podem veure una taula orientativa [1], on es comparen les capacitats resistents a la flexió del acer i la fusta en relació al seu pes:

Material	Relació resistència/pes		Relació rigidesa/pes	Relació rigidesa/preu
	Fusta neta i valors de ruptura	Fusta classificada i valors de ruptura		
Acer	1	1	1	2,2
Fusta	3,6	1	1,3	1

Taula 3.1. Comparació de les capacitats resistents a la flexió del acer i de la fusta en relació al seu pes

Com a conclusió de la *Taula 3.1*, podem veure que la fusta neta és 3,6 vegades més resistent en igualtat de pes en quant a valors de ruptura. I si es tenen en compte defectes de la fusta, en la taula presentada com fusta classificada, s'obtenen valors molt similars.

Si es té en compte la deformació, directament relacionat amb la rigidesa del material, la fusta és 1,3 vegades més rígida en igualtat de pes davant del acer. I finalment, si observem la relació entre la rigidesa del material i el preu, observem que l'acer resulta 2,2 més rígida a igualtat de preu que la fusta.

3.2. Propietats mecàniques

Per tal de poder analitzar una estructura feta de qualsevol material, en el nostre cas de la fusta, cal conèixer les seves propietats mecàniques. Existeixen una gran quantitat de propietats mecàniques, tot i que en el nostre cas serà necessari estudiar i entendre les que es presentaran en aquest apartat. Primer cal definir els conceptes següents:

- a) **Tracció paral·lela a les fibres:** esforç a què està sotmès un cos per l'aplicació de dues forces que actuen en sentit oposat, i tendeixen a estirar aquest cos. En aquest cas, l'esforç està aplicat en la direcció paral·lela a les fibres.

En la fusta classificada, amb incidència de defectes, els valors característics oscil·len entre 8 N/mm^2 i 18 N/mm^2 . Si observem la relació entre la tracció i la deformació unitària en la direcció paral·lela a les fibres, la relació pot ser considerada pràcticament lineal fins al moment de la ruptura.

- b) **Compressió paral·lela a les fibres:** esforç a què està sotmès un cos per a l'aplicació de dues forces que actuen en el mateix sentit, i tendeixen a comprimir-lo. L'esforç, en aquest cas, està aplicat en la direcció paral·lela a les fibres.

La resistència a compressió de la fusta té valors elevats, els de la fusta classificada es troben entre 16 i 33 N/mm^2 . En aquest cas la relació entre la compressió i la deformació unitària no pot ser considerada lineal fins al moment de la ruptura.

- c) **Flexió:** s'origina per un moment flector que produeix en una secció de la peça tensions de compressió i tensions de tracció, alhora, paral·leles a les fibres. També cal destacar que existeix una superfície de punts anomenada fibra neutra on els valors de tracció i compressió són nuls.

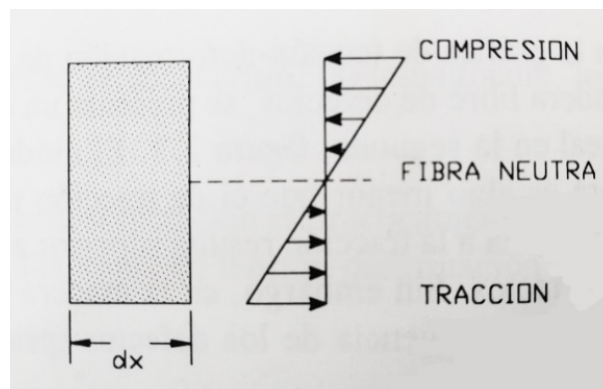


Fig. 3.3. Flexió i fibra neutra

La flexió podria no ser entesa com una capacitat mecànica per separat, ja que està formada per la combinació de tracció i compressió. En la fusta estructural aquesta propietat és molt important i conèixer els valors d'aquesta resulta útil moltes vegades. Els valors característics, de les fustes més utilitzades estructuralment, estan compresos entre 14 i 30 N/mm^2 .

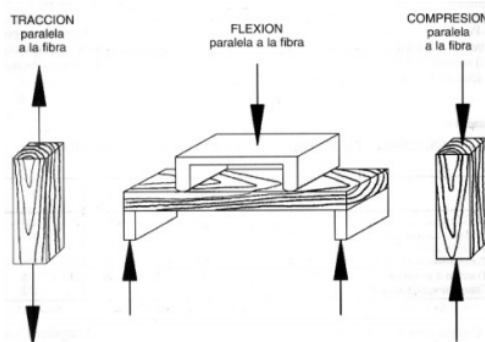


Fig. 3.4. Representació gràfica de les tres capacitats resistents principals de la fusta

- d) **Mòdul d'elasticitat o mòdul de Young (E):** és un paràmetre que caracteritza el comportament elàstic d'un material relacionant la deformació amb la tensió aplicada. En els materials lineals e isotròpics aquest paràmetre té el mateix valor en el cas d'esforços a tracció que en esforços de compressió. La fusta, al tractar-se d'un material que presenta anisotropia, presenta diferents mòduls d'elasticitat segons si es tracta de compressió o de tracció. Tot i això, a la pràctica, s'utilitza un únic valor per la direcció paral·lela a les fibres que varia entre 7000 i 15000 N/mm^2 depenent de la qualitat de la fusta.
- e) **Mòdul de cisallament o mòdul d'elasticitat transversal (G):** és una constant elàstica que caracteritza el canvi de forma que experimenta un material elàstic quan s'apliquen esforços tallants. En materials elàstics lineals anisòtrops, com el cas de la fusta, aquest mòdul presenta diferents valors segons la direcció en la qual s'apliquen les forces. En el nostre cas definirem aquest mòdul en l'eix longitudinal de l'esquí, paral·lel a les fibres que serà el que ens interessarà conèixer, per posteriorment poder definir les propietats mecàniques de la nostra fusta.

$$G = \frac{\tau}{\theta} = \frac{F}{A \cdot \theta} \left[Pa = \frac{N}{mm^2} \right]$$

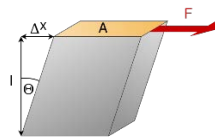


Fig. 3.5. Esquema de l'esforç tallant

3.2.1. Anisotropia

Com hem comentat en l'apartat 3.1. *Propietats físiques*, la fusta és un material heterogeni i això es veu reflectit, entre d'altres aspectes, en l'anisotropia que presenta. L'anisotropia implica que les propietats físiques i, en particular, les característiques mecàniques depenguin de la direcció del esforç en relació a la orientació de les fibres. Per poder estudiar aquest fenomen i entendre'l més fàcilment, cal definir les tres direccions principals de la fusta que permeten considerar la fusta com un material ortòtrop, és a dir, dos o tres eixos perpendiculars entre sí de forma que les propietats mecàniques són diferents en cadascun d'aquests eixos:

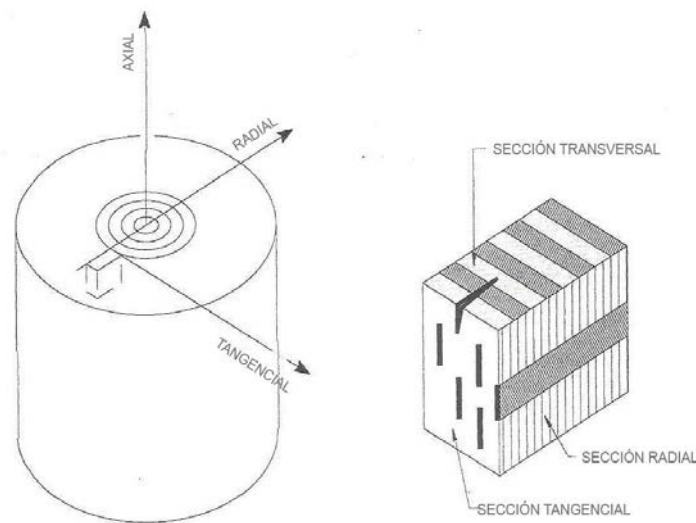


Fig. 3.6. Direccions principals de la fusta

- **Axial:** Direcció paral·lela a l'eix de creixement del arbre.
- **Radial:** Perpendicular a la direcció axial i tallant l'eix de creixement de l' arbre.
- **Tangencial:** Direcció normal a les dues anteriors.

Quan parlem d'alguna propietat física o, especialment, mecànica caldrà especificar la direcció d'aquesta. Per el càlcul estructural, les tres direccions anteriors es poden simplificar en dues direccions:

- **Paral·lela a les fibres,** (direcció axial).
- **Perpendicular a les fibres,** (direccions radial i tangencial), les diferències de les propietats entre ambdues direccions són de un ordre molt menor a les existents amb relació a la direcció paral·lela a la fibra.

Podem imaginar-nos la fusta com un conjunt de tubs llargs orientats en la direcció axial o paral·lela a la fibra i que queden units a través de les parets. Amb aquesta comparativa, és fàcil veure que la fusta serà molt més resistent als esforços en la direcció paral·lela a les fibres que en la direcció perpendicular.

Tot i que la relació de la resistència a tracció o compressió i la direcció en la que s'aplica varia lleugerament depenent del tipus de fusta, de mitjana, es pot assumir que la resistència a compressió és 9 vegades superior en la direcció paral·lela a les fibres que en la direcció perpendicular i la resistència a compressió 35 vegades superior.

En quant a la deformació, el mòdul d'elasticitat en la direcció paral·lela a les fibres és 30 vegades superior que en la direcció perpendicular a les fibres.

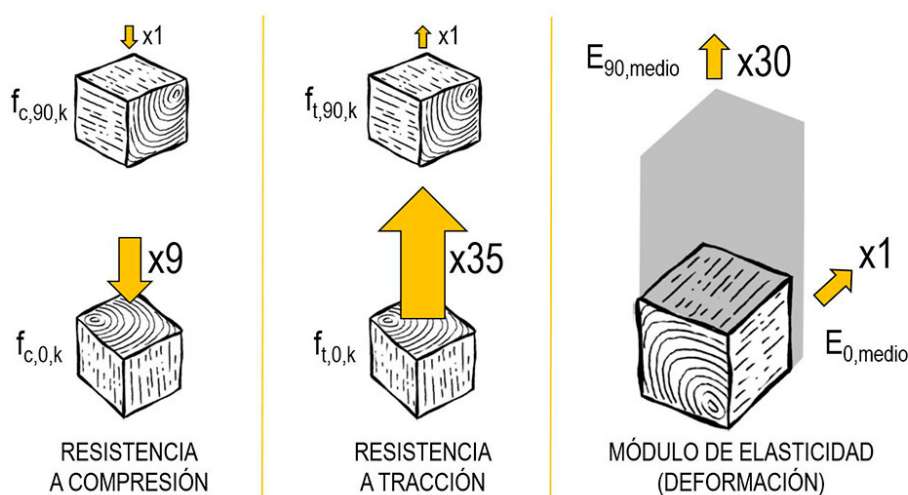


Fig. 3.7. Comparació de diferents propietats mecàniques depenent de la direcció

3.2.2. Factors que influeixen en les propietats mecàniques

Hi ha un conjunt de factors que poden influir en les propietats mecàniques de la fusta, en el nostre cas, ens fixarem en els tres següents i veurem si serà necessari tenir-los en compte posteriorment o podran ser menyspreats.

3.2.2.1. Contingut de humitat

El contingut d'humitat contingut en l'estructura interna de la fusta és un factor que pot provocar la disminució de la resistència i del mòdul d'elasticitat si augmenta per sobre del punt de saturació de les fibres.

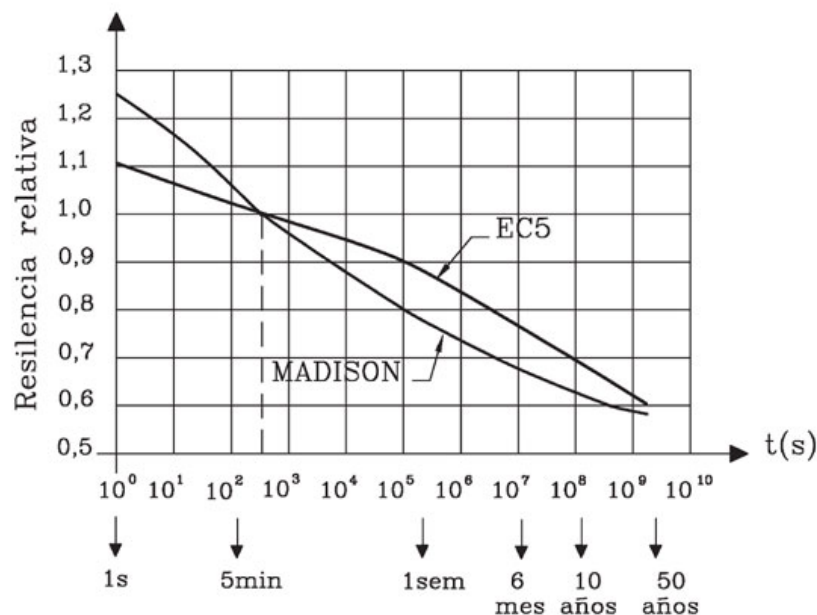
La influència del contingut d'humitat té un efecte diferent en les diferents propietats mecàniques de la fusta, en la fusta comercial, aquesta dependència és menys accentuada.

Aquest factor pot ser menyspreat si el contingut d'humitat es troba entre valors compresos entre el 8 i el 20%. A la hora de realitzar els assaigs per determinar les propietats desitjades, caldrà realitzar-los sota unes condicions ambientals normalitzades de 20 ± 2 °C i 65 ± 5 % d'humitat relativa de l'aire.

3.2.2.2. Duració de la carga

L'influència d'aquest factor va ser analitzada experimentalment, a partir dels anys 40, on es va observar que la resistència de la fusta té una gran relació amb el temps d'aplicació de la carga. Es va obtenir una relació inicial representada per la *corba de Madison*, com es pot observar en el *Gràfic 3.1*.

Posteriorment, es van realitzar assajos més rigorosos on es va observar que la qualitat de la fusta redueix l'influència de la duració de la carga. Així doncs la corba de Madison va ser adoptada per l'Eurocodi 5 (EC5) tenint en compte els últims resultats.



Gràfic 3.1. Influència de la duració de la carga, representació de les corbes de Madison i EC5

Si observem el *Gràfic 3.1*, podem veure que per duracions de l'ordre de 10^1 segons, que seran l'ordre de duracions habituals en el nostre cas, la resistència relativa és mou entre valors de 1,1 i 1,2. És a dir, en el cas que ens ocupa podem considerar que la duració de la carga no tindrà influència en les propietats mecàniques de la fusta.

3.2.2.3. Temperatura

L'efecte de la temperatura en la resistència de la fusta es molt reduït. A temperatures inferiors als 0°C, els valors característics de resistència a flexió i compressió són lleugerament superiors. Tenint en compte aquest efecte en el nostre cas, podem assumir que la temperatura tampoc tindrà influència en les propietats mecàniques de la fusta.

3.3. Assaigs per la determinació de les propietats mecàniques

Per tal de determinar experimentalment dues de les propietats mecàniques de la fusta, que s'utilitza en la fabricació dels esquís, es duran a terme dos assaigs diferents. Les propietats mecàniques que es buscaran de forma experimental són; el mòdul d'elasticitat o mòdul de Young (E) i el mòdul de cisallament o mòdul d'elasticitat transversal (G), explicats en 3.2. *Propietats mecàniques*, quan el material està treballant de forma elàstica.

La fusta utilitzada en la fabricació dels esquís és de l'espècie de freixa comú, de nom científic *Fraxinus excelsior*. Una fusta de una densitat aproximada de 710 kg/m^3 , molt dura i forta però al mateix temps elàstica, aquestes propietats permeten que aquesta fusta sigui utilitzada en estructures i elements que requereixin ser forts i resistents, com és el cas dels esquís.



Imatge 3.1. Llistó de fusta de l'espècie *Fraxinus excelsior* utilitzats en els assaigs

3.3.1. Assaig a flexió elàstic

3.3.1.1. Objecte de l'assaig

L'assaig consisteix en mesurar els desplaçaments lineals mitjançant captadors electrònics situats en el punt central del llistó de fusta sotmès a flexió pura per a diferents valors de càrrega. L'objectiu de la pràctica és trobar de forma experimental el mòdul d'elasticitat de la fusta assajada.

3.3.1.2. Base teòrica i càlculs realitzats abans de l'assaig

Per tal de dimensionar l'assaig correctament es van agafar valors teòrics del tipus de fusta que s'utilitza per la fabricació dels esquís. Els valors van ser buscats a un catàleg de fustes [2] on podem trobar les propietats mecàniques de la fusta, aquests equivalen a 12900 N/mm^2 en el cas del mòdul d'elasticitat, 113 N/mm^2 la resistència a flexió màxima estàtica i 51 N/mm^2 la resistència a la compressió màxima.

La Fig. 3.8. mostra el llistó de fusta, bisuportada per ambdós extrems i sotmesa a una càrrega F que es reparteix en dos punts del llistó, cada punt aplica una força de $F/2$ al llistó. Si apliquem el mètode de les seccions podem trobar els esforços tallants $[T(x)]$ i els moments flectors $[M(x)]$, com es mostra a continuació:

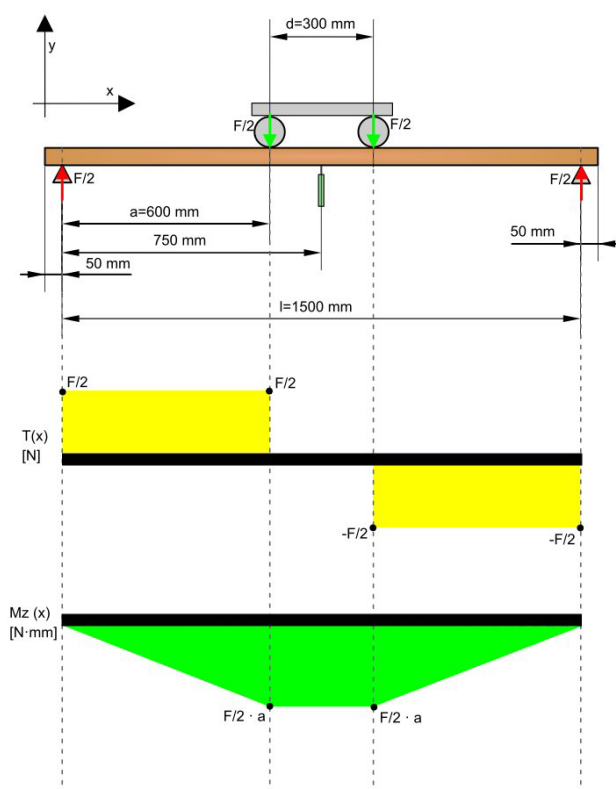


Fig. 3.8. Mètode de les seccions aplicat al assaig

Per determinar el desplaçament del punt central del llistó ens interessa conèixer quan valdrà el moment flector $M(z)$ en aquest punt que coincidirà amb el moment flector màxim. També ens caldrà conèixer el moment d'inèrcia respecte l'eix z de la secció rectangular que es defineix a continuació:

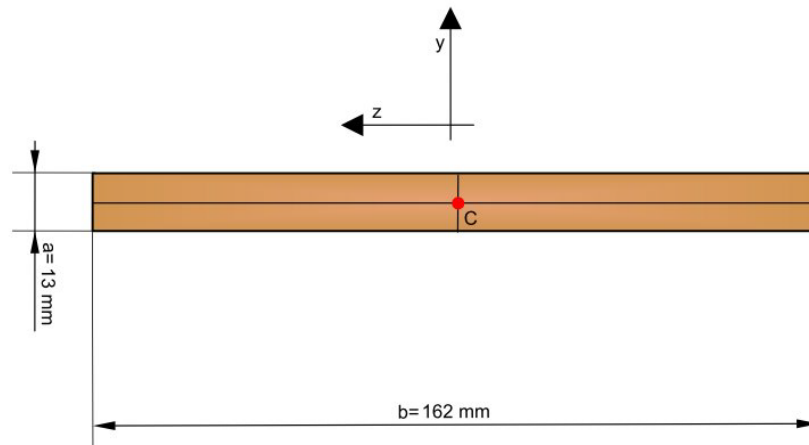


Fig. 3.9. Vista de la secció del llistó amb les dimensions

$$I_z = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 = \frac{1}{12} \cdot 162 \cdot 13^3 = 29659,5 \text{ mm}^4$$

(Eq. 3.1)

També es va calcular el valor de càrrega màxima de fallida, definint un coeficient de seguretat elevat ($\gamma=2$) per evitar entrar a la zona inelàstica del material i la ruptura d'aquest. Aplicant la hipòtesi de Navier es calculen els esforços de compressió màxims en la part superior de la secció i els esforços de tracció màxims en la part inferior de la secció, que per simetria seran iguals. Com la resistència a la compressió màxima de la fusta té un valor inferior a la resistència a tracció i els esforços per simetria són iguals, s'utilitza aquest valor per determinar la càrrega màxima F que podem aplicar.

$$\sigma_x = -\frac{M_{z,\text{màx}}}{I_z} \cdot y = \frac{-F \cdot a}{2 \cdot I_z} \cdot \frac{a_s}{2} \leq \sigma_{x,\text{compressió.màx}} = 51 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$F \leq \left| \frac{-4 \cdot \sigma_{x,\text{compressió.màx}} \cdot I_z}{a \cdot a_s} \right| = \frac{4 \cdot 51 \cdot 29659,5}{13 \cdot 600} = 775,7 \text{ N}$$

(Eq. 3.2)

aplicant el coeficient de seguretat $\gamma=2$, obtenim:

$$F_{\text{màx}} = \frac{F}{\gamma} = \frac{775,7}{2} = 387,85 \text{ N}$$

(Eq. 3.3)

Així doncs, agafem un valor de 387 N com a càrrega màxima que podem aplicar al llistó de fusta.

El càlcul del desplaçament v en el punt central del llistó es pot realitzar a través de la equació diferencial de l'elàstica e imposant les condicions de control; de simetria i de suport:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M_z}{E \cdot I_z} \quad \text{sent } M_z = \frac{F}{2} \cdot a \quad (\text{Eq. 3.4})$$

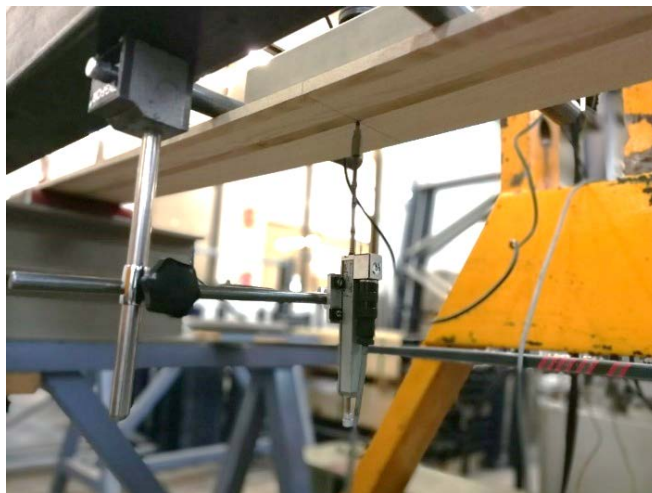
d'on s'obté el desplaçament en $x=L/2$ [3]:

$$v = -\frac{F}{48 \cdot E \cdot I_z} \cdot (3 \cdot a \cdot l^2 - 4 \cdot a^3) \quad (\text{Eq. 3.5})$$

on E és el mòdul de Young del llistó de fusta en N/mm^2 .

Per tal de prendre la mesura de la deformació del llistó s'ha utilitzat un comparador electrònic, un instrument de mesura de dimensions que s'utilitza per comprar cotes mitjançant la mesura indirecta del desplaçament de la punta de contacte quan l'aparell està fixat en un suport. Al ser electrònic, aquest dona senyals elèctriques al ordinador de manera que es pot conèixer el valor de desplaçament de la punta de contacte.

L'aparell de mesura ha estat fixat en un suport de manera que la punta esfèrica està en contacte amb la part inferior del llistó i situat al centre de la secció i del llistó com es pot veure en la imatge. Quan el llistó està sotmès a una càrrega de 0 N, el comparador pren el valor de referència 0 mm.



Imatge 3.2. Posicionament del comparador electrònic

Per la mesura de la força aplicada s'ha utilitzat un sensor de força en S, principalment dissenyats per mesurar forces a tracció. Aquests sensors ens permeten obtenir una senyal elèctrica proporcional a la força aplicada en una direcció. Per tal de prendre la mesura de la força aplicada en el nostre assaig, s'ha intercalat un sensor de força entre la premsa hidràulica i el suport que aplica les força dividida en dos punts d'aplicació, tal i com podem veure en la imatge:

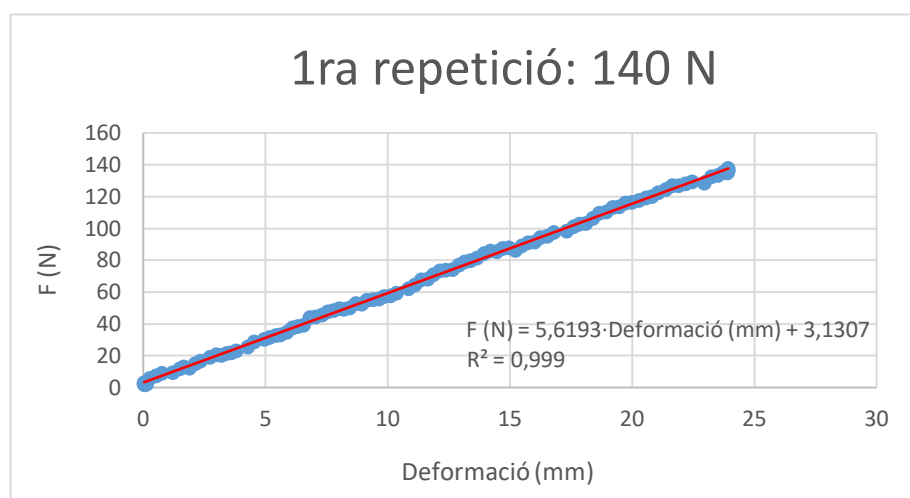


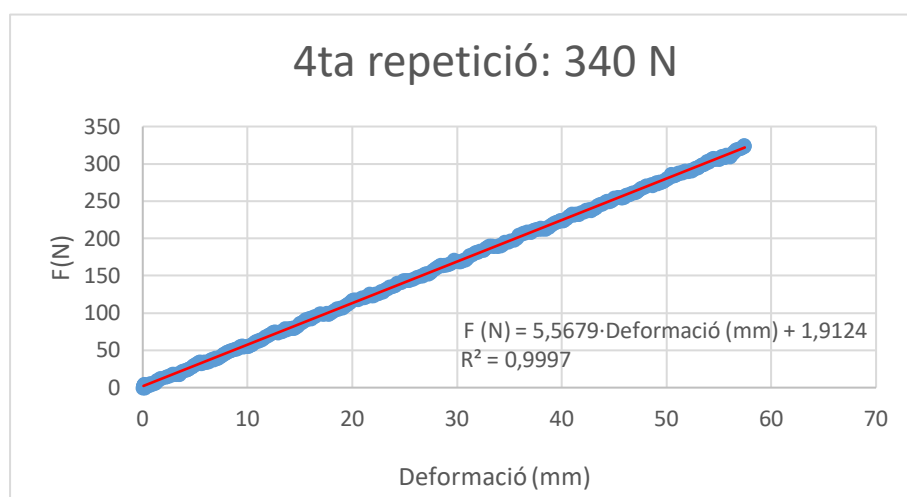
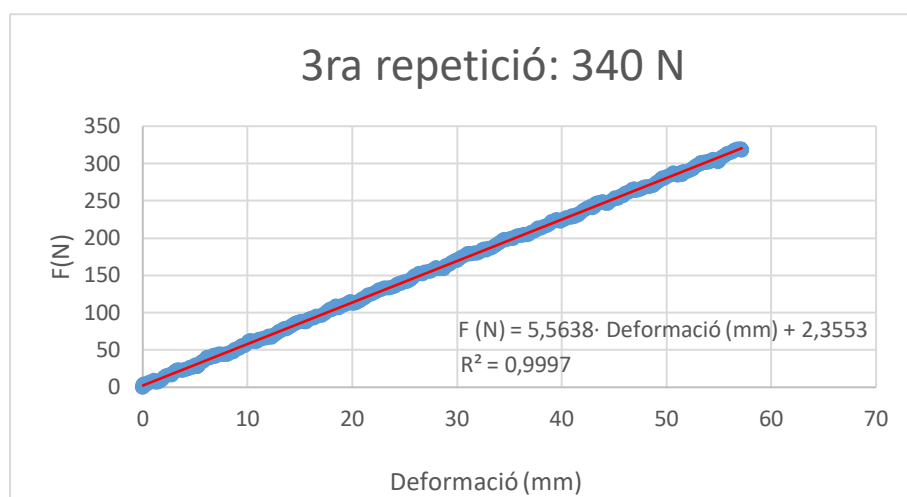
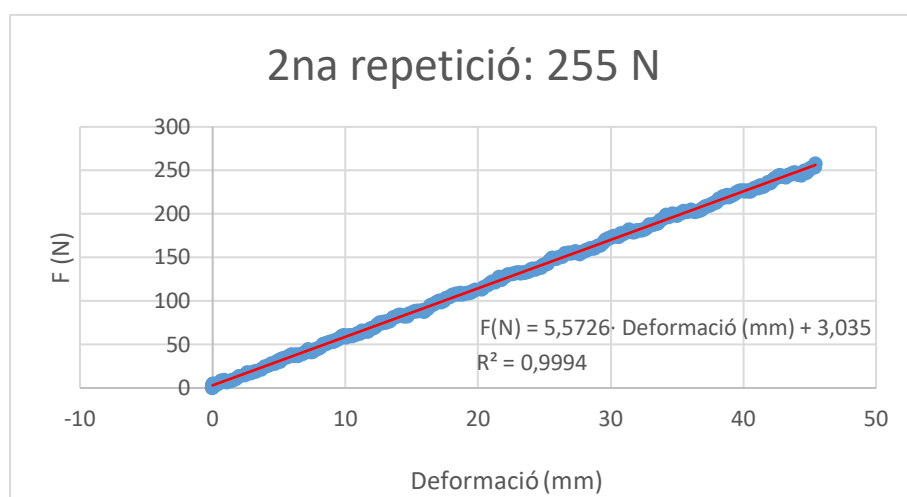
Imatge 3.3. Posicionament del sensor de força en S

3.3.1.3. Realització de l'assaig

S'han realitzat quatre repeticions del mateix assaig assolint càrregues màximes diferents, la primera 140 N, la segona de 255 N i les dues últimes de 340 N. En totes les repeticions, sense superar la càrrega màxima que es pot aplicar de 387,85 N.

Amb les dades obtingudes de les repeticions del mateix assaig, es representen en quatre gràfics de la força aplicada en funció de la deformació i es busca l'equació lineal de la línia de tendència.





Gràfic 3.2. Gràfics força vs deformació de les quatre repeticions de l'assaig

Veiem que la pendent de la línia de tendència obtinguda en les quatre repeticions té valors molt similars, així doncs, la fusta s'ha comportat de manera lineal i elàstica en les quatre repeticions de l'assaig. Podem calcular el mòdul de Young per a cadascuna de les quatre repeticions realitzades:

$$Pendent = \frac{F}{v} \left[\frac{N}{mm} \right]$$

$$v = -\frac{F}{48 \cdot E \cdot I_z} \cdot (3 \cdot a \cdot l^2 - 4 \cdot a^3) \rightarrow Exp = \frac{F}{v} \cdot \frac{(3 \cdot a \cdot l^2 - 4 \cdot a^3)}{48 \cdot I_z} \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (Eq. 3.6)$$

Repetició	Pendent [N/mm]	Eexp [N/mm ²]
1ra: 140 N	5,6193	12575,43
2na: 255 N	5,5726	12470,92
3ra: 340 N	5,5638	12451,22
4ta: 340 N	5,5679	12460,40
Mitjana	5,5809	12489,50

Taula 3.2. Taula dels pendents obtinguts i els valors del mòdul de Young experimentals calculats

$$Eexp = \frac{F}{v} \cdot \frac{(3 \cdot a \cdot l^2 - 4 \cdot a^3)}{48 \cdot I_z} = 5,5809 \cdot \frac{(3 \cdot 600 \cdot 1500^2 - 4 \cdot 600^3)}{48 \cdot 29659,5} = 12489,5 \frac{N}{mm^2} \quad (Eq. 3.7)$$

El valor teòric del mòdul de Young era de 12900 N/mm², podem veure que l'obtingut experimental és menor, amb un valor de 12489,5 N/mm².



Vídeo de l'assaig a flexió amb una carga de 340 N dut a terme al laboratori



3.3.2. Assaig de torsió elàstic

3.3.2.1. Objecte de l'assaig

L'assaig consisteix en mesurar l'angle de gir de una secció rectangular d'un extrem del llistó sotmès a torsió pura per a diferents valors de càrrega. L'objectiu de l'assaig és trobar de forma experimental el mòdul d'elasticitat transversal de la fusta assajada.

3.3.2.2. Base teòrica i càlculs realitzats abans de l'assaig

Per tal de dimensionar l'assaig correctament es van agafar valors teòrics del tipus de fusta que s'utilitza per a la fabricació dels esquís. Aquests valors es van obtenir de l'estudi "*Anisotropic elastic properties of common ash (Fraxinus excelsior L.)*" [4] i presenten en la taula següent extreta d'aquest mateix estudi:

Units (n)	LR		LT		TR	
G (MPa)	1468	(4.7)	1234	(16.5)	302	(6.2)
<i>n</i>	22		24		18	
ρ (g cm ⁻³)	0.616	(5.9)	0.601	(7.7)	0.617	(2.0)
Ratio	4.9		4.1		1	

Taula 3.3. Resultats del mòdul d'elasticitat transversal (G) de la fusta

Es pot observar en la Taula 3.3 els valors que pren el mòdul elàstic d'elasticitat transversal [G(MPa)] en els diferents plans de la fusta. En el nostre assaig es treballarà en la direcció longitudinal (L), per tan, ens interessen els valors del pla longitudinal-radial (LR) i longitudinal-transversal (LT), que tenen un valor de 1468 MPa i 1234 MPa, respectivament.

La Fig. 3.10. Esquema del muntatge de l'assaig, vista frontal del llistó i vista lateral mostra el muntatge de l'assaig, un extrem del llistó es troba completament encastat, sense possibilitat de moviment en cap direcció. En l'altre extrem, es fixen dues barres metàl·liques en les dues cares de la secció per tal de poder aplicar les forces corresponents.

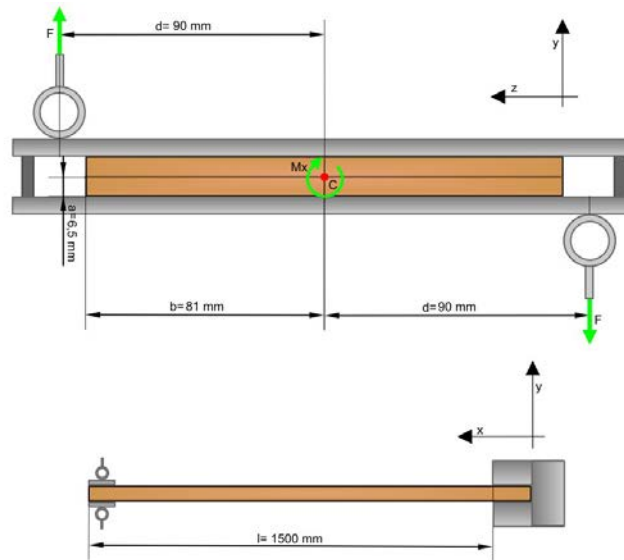


Fig. 3.10. Esquema del muntatge de l'assaig, vista frontal del llistó i vista lateral

Apliquem dos forces en la direcció y, perpendicular al llistó de fusta, de sentits oposats i separades una distància a del centre C de la secció. Les forces tenen el mateix mòdul i cadascuna està provocada per una massa de valor m . Aquestes dues forces generen un moment M_x al centre C de la secció i en la direcció x.

$$M_x = 2 \cdot F \cdot d = 2 \cdot m \cdot g \cdot d = 2 \cdot 9,81 \cdot 90 \cdot m = 1765,8 \cdot m \text{ [N} \cdot \text{mm]} \quad (\text{Eq. 3.8})$$



Imatge 3.4. Aplicació de les dues forces durant l'assaig realitzat

Per el càlcul de deformacions degudes a la torsió pura, apliquem la teoria de Saint-Venant sota la hipòtesi que a les peces amb seccions no circulars, el moment torsor produeix un gir i una deplanació de la secció. La equació diferencial que regeix és la següent:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{M_x}{G \cdot I_T}$$

$$\theta = \frac{x \cdot M_x}{G \cdot I_T} = \frac{1765,8 \cdot m \cdot l}{G \cdot I_T} \quad (\text{Eq. 3.9})$$

on θ és l'angle girat per la secció; G el mòdul d'elasticitat transversal i I_T el mòdul de torsió que per seccions rectangulars es calcula utilitzant:

$$I_T \approx \frac{2a^3 \cdot 2b}{3} \cdot \left(1 - 0,63 \cdot \frac{2a}{2b} \cdot \left(1 - \frac{2a^4}{12 \cdot 2b^4} \right) \right) =$$

$$= \frac{13^3 \cdot 162}{3} \cdot \left(1 - 0,63 \cdot \frac{13}{162} \cdot \left(1 - \frac{13^4}{12 \cdot 162^4} \right) \right) = 112,64 \cdot 10^3 \text{ mm}^4 \quad (\text{Eq. 3.10})$$

Per tal de mesurar l'angle girat per la secció, s'utilitzaran dos mètodes de mesura diferents per intentar evitar errors de mesura:

1. Mitjançant dos comparadors electrònics separats per una distància e

En el primer mètode de mesura s'utilitzen dos comparadors electrònics, com els descrits en l'assaig de flexió elàstic, separats per una distància e . D'aquesta manera a partir d'operacions trigonomètriques es pot trobar l'angle girat per la secció.

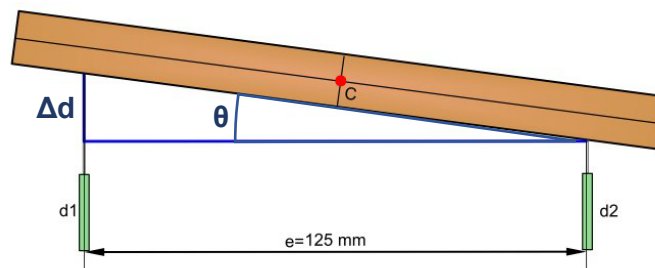


Fig. 3.11. Esquema del posicionament dels comparadors electrònics

$$\operatorname{tg}(\theta) = \frac{\Delta d}{e} \rightarrow \theta = \arctg\left(\frac{\Delta d}{e}\right) = \arctg\left(\frac{\Delta d}{125}\right)$$

(Eq. 3.11)

2. Mitjançant un inclinòmetre electrònic situat a la part superior de la secció

L'inclinòmetre electrònic és un aparell de mesura que permet obtenir la inclinació angular en una o més direccions transmetent senyals elèctriques. L'inclinòmetre utilitzat en l'assaig és uniaxial, és a dir, permet mesurar la inclinació angular en una direcció. A més té un rang de mesura de $\pm 10^\circ$ de manera que es col·loca una falca de $7,5^\circ$, tal i com es pot veure en la FIGURA, que permet mesurar angles que van dels 0 als $27,5^\circ$ amb una bona precisió.

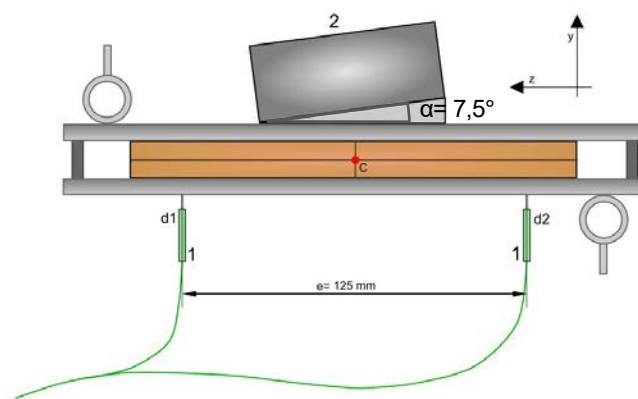


Fig. 3.12. Esquema del posicionament de l'inclinòmetre electrònic

3.3.2.3. Realització de l'assaig

A continuació es presenten els resultats obtinguts amb els dos mètodes de mesura:

1. Mitjançant dos comparadors electrònics separats per una distància e

massa (kg)	comparador d1 (mm)	comparador d2 (mm)	$\Delta d = d2 - d1$ (mm)	θ (°)
0	- 1,45	- 2,30	- 0,85	0,38
5	+ 3,40	- 9,90	- 13,30	6,07
10	+ 4,00	- 19,50	- 23,50	10,65

Taula 3.4. Taula dels valors obtinguts utilitzant el primer mètode de mesura

Per tal de conèixer l'angle girat realment per la secció al aplicar-li un cert moment, cal restar l'angle inicial a les diverses mesures, és a dir, quan el moment aplicat és igual a 0. Veiem que aquest angle, quan la massa és de 0 kg, no és 0 i això pot ser degut a un error de mesura dels comparadors. Així doncs obtenim:

<i>massa (kg)</i>	θ_{real} (°)	θ_{real} (rad)
5	5,69	0,0993
10	10,27	0,1792

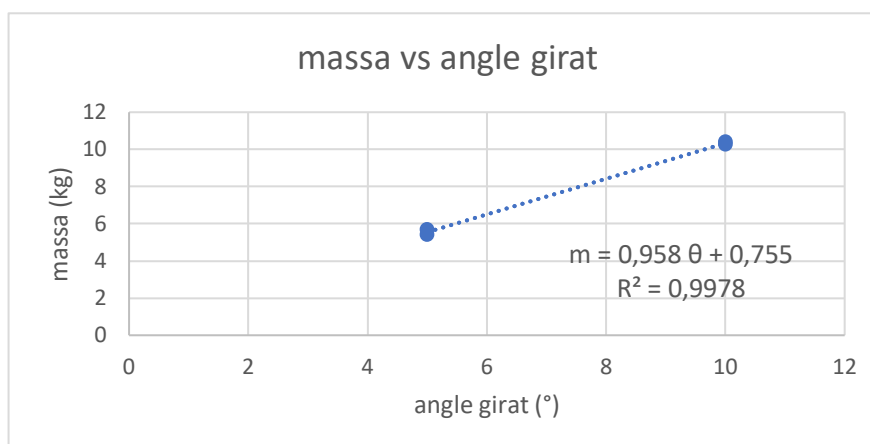
Taula 3.5. Taula dels valors obtinguts corregits del primer mètode de mesura

2. Mitjançant un inclinòmetre electrònic situat a la part superior de la secció

<i>massa (kg)</i>	<i>mesura inclinòmetre θ (°)</i>	θ (rad)
0	0	0
5	5,40	0,0942
10	10,40	0,1815

Taula 3.6. Taula dels valors obtinguts utilitzant el segon mètode de mesura

Podem representar les dades obtingudes en un gràfic de la massa aplicada en funció de l'angle girat per la secció:



Gràfic 3.3. Gràfic de les dades obtingudes, massa vs angle girat per la secció

d' on obtenim que el pendent és:

$$pendent = \frac{m}{\theta} = 0,958 \left[\frac{kg}{\circ} \right] = 54,89 \left[\frac{kg}{rad} \right]$$

$$G = \frac{x \cdot M_x}{\theta \cdot I_T} = \frac{m}{\theta} \cdot \frac{1765,8 \cdot 1500}{112,64 \cdot 10^3} = 0,01672 \cdot \frac{1765,8 \cdot 1500}{112,64 \cdot 10^3} = 1290,70 \frac{N}{mm^2}$$

(Eq. 3.12)

El mòdul d'elasticitat transversal (G) obtingut experimentalment és de 1290,70 N/mm². Inicialment, havíem trobat un valor teòric que hauria d'estar comprès entre 1468 i 1234 MPa, això doncs podem donar per vàlid el valor trobat.

3.3.3. Conclusions dels dos assaigs

Un cop finalitzats els dos assaigs i trobats els valors experimentals que es volien obtenir i que es presenten en la taula següent es poden obtenir certes conclusions:

Propietats mecàniques experimentals	Mòdul d'elasticitat E (MPa)	Mòdul d'elasticitat transversal G (MPa)
Fusta utilitzada en els esquís (<i>Fraxinus excelsior</i>)	12489,50	1290,70

Taula 3.7. Propietats mecàniques experimentals trobades en els assaigs

Finalment, podem veure si el nostre material pot ser considerat un material elàstic isòtrop mitjançant el **coeficient de Poisson (v)**, que proporciona una mesura de l'estrenyiment de la secció quan s'estirà longitudinalment i s'aprima en les direccions perpendiculars a la d'estirament. La fórmula que relaciona els dos mòduls elàstics obtinguts ens els assaig i el coeficient de Poisson és la següent:

$$G = \frac{E}{3 \cdot (1 + \nu)} \quad ; \quad \nu = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{E}{G} - 2 \right)$$

(Eq. 3.13)

en un material elàstic isòtrop ha de complir: $-1 < \nu < 0,5$.

En el nostre cas:

$$\nu = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{12489,5}{1290,7} - 2 \right) = 3,84 > 0,5$$

(Eq. 3.14)

Veiem que no es compleix la hipòtesi de materials elàstics, com ja sabíem inicialment, la fusta és un material ortòtrop i no pot ser tractar com un material elàstic isòtrop.

3.4. Fabricació dels esquís

En aquest apartat es comentarà la construcció artesanal dels esquís que s'utilitza actualment, com s'ha comentat anteriorment l'objectiu del treball no és millorar o optimitzar el procés constructiu, de manera que aquest apartat es limitarà a descriure dita fabricació i els materials utilitzats per tal de tenir-ho en compte posteriorment.

3.4.1. Materials utilitzats

A continuació, s'expliquen els materials breument que s'utilitzen per a la fabricació de l'esquí i que cal conèixer per poder, posteriorment, realitzar la simulació d'aquests:

- **Fusta:**

És el material més important en la fabricació artesanal d'aquests esquís, en els apartats anteriors ja s'ha parlat de forma més extensa d'aquest material.

Cal destacar que el llistó que s'utilitza en la fabricació artesanal no està format d'una peça sencera de fusta sinó que s'obté a partir d'un procés anomenat laminació. Aquest procés consisteix en encolar dos o més peces de fusta amb les fibres paral·leles entre elles i posteriorment obtenir els llistons tallant-los perpendicularment. D'aquesta manera s'obtenen llistons amb menor nombre d'irregularitats degut a l'anisotropia de la fusta i es poden combinar llistons de fustes de diverses espècies, tot i que en el nostre cas només s'utilitza l'espècie *Fraxinus excelsior*.

En la *Imatge 3.5.* es pot veure el llistó de fusta obtingut després del procés de laminació.



Imatge 3.5. Llistó de fusta que s'utilitza, de l'espècie Fraxinus excelsior.

- **Resina epoxi:**

És un polímer orgànic termoestable que s'endureix quan es barreja amb un agent catalitzador. Les resines epoxi tenen moltes aplicacions, en el nostre cas la resina s'utilitza com a adhesiu estructural, per unir els diferents parts que formen l'estructura de l'esquí.



Imatge 3.6. Resina epoxi utilitzada

- **Fibra de vidre:**

Es tracta d'un material sintètic compost format per filaments extremadament fins i molt lleugers de vidre, d'entre 1 μm i 8 μm . Quan aquests filaments s'entrellacen donen lloc a una estructura molt apte per a ser utilitzada com a reforç estructural d'altres materials, per les bones propietats que presenta, en el nostre cas cal destacar les següents:

- *Resistència química:* combinant la fibra de vidre amb la resina, aquesta es torna resistent a la erosió química i del medi ambient, no es podreix ni es deteriora amb el temps:
- *Pes lleuger:* té una bona relació resistència-densitat que permet reduir el pes relatiu de les estructures.
- *Baix manteniment:* no requereixen de cap manteniment especial, inclús després de molt anys.
- *Versatilitat:* es tracta d'un producte molt versàtil, existeix una ampla gama de filaments, tipus de fibra, manera com es troben entrelaçades,...
- *Econòmic:* material més econòmic que altres teixits de fibres sintètiques i naturals

La fibra de vidre utilitzada en la fabricació artesanal dels nostres esquís, és una fibra amb una densitat superficial de 750 g./m² i triaxial, on els filaments de fibra es troben entrelaçats i orientats a 0°, -45° i 45°, com es mostra en la Fig. 3.13.

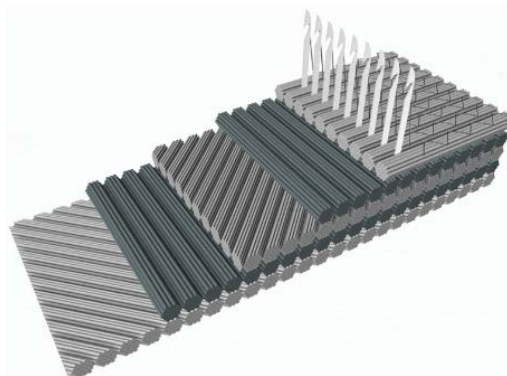


Fig. 3.13. Orientació de les fibres a 0°, -45° i 45°, en una fibra triaxial

Per a la fabricació dels esquís també es fan servir altres materials, que no es tindran en compte en les simulacions però que es comentaran breument a continuació:

- **Cantells dels esquís:**

Són unes peces llargues i primes d'acer que s'utilitzen per reforçar les vores de l'esquí, evitar i/o retardar el desgast d'aquestes i també proporcionar a l'esquí més adherència a la neu.

- **Sola dels esquís:**

Es troba a la part inferior de l'esquí, en contacte directe amb la neu, i està fabricada de certs tipus de plàstics, com el polietilè, que n'és el més utilitzat. En la ***¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..*** es pot veure una trama dibuixada dissenyada per evacuar part de l'aigua que es fon per la fricció de l'esquí amb la neu, d'aquesta manera s'obté un lliscament òptim dels esquís.

3.4.1.1. Propietats físiques i mecàniques

A continuació, s'adjunta una taula amb les propietats mecàniques conegudes o obtingudes, mitjançant els assaigs de l'apartat 3.3. *Assaigs per la determinació de les propietats mecàniques* o en els manuals tècnics dels materials utilitzats, dels dos materials que s'utilitzaran en les simulacions:

<i>Material</i>	<i>Fusta</i>	<i>Fibra de vidre triaxial + Resina epoxi</i>
<i>Propietat mecànica</i>	<i>(Fraxinus excelsior)</i>	
<i>Densitat [kg/m³]</i>	690	1800
<i>Mòduls d'elasticitat (E) [MPa]</i>		
E_x	12489,5	17600
E_y	1248,95	7010
E_z	1200,91	7010
<i>Mòduls d'elasticitat transversals (G) [MPa]</i>		
G_{xy}	1535,4	5075
G_{xz}	1290,7	5075
G_{yz}	315,8	507,5

Taula 3.8. Propietats mecàniques dels materials

Els valors de la “*Fibra de vidre triaxial + epoxi*” de la *Taula 3.8.* han sigut extrets de la bibliografia [5], aquests valors es troben a la taula de color verd.

Amb els assaig realitzats no s'han trobat totes les propietats de la fusta que es requereixen per fer les simulacions, tot i això, les propietats trobades experimentalment són les que més importància tenen, ja que els esquís treballen en aquestes direccions. Les propietats que ens falten es trobaran a partir les propietats experimentals trobades, les propietats de la bibliografia [4] i els càlculs teòrics que es realitzaran a continuació:

Els mòduls d'elasticitat transversal es calculen a partir del coeficients de Poisson extrets de la bibliografia [4] i les restriccions de Poisson principals i els mòduls de Young, per a materials ortòtrops.

Coeficient de Poisson	ν_{xy}	ν_{xz}	ν_{yz}	ν_{yx}	ν_{zx}	ν_{zy}
	0,03	0,05	0,37	0,3	0,52	0,7

Taula 3.9. Coeficients de Poisson de la fusta (*Fraxinus excelsior*)

$$\frac{\nu_{yx}}{E_y} = \frac{\nu_{xy}}{E_x}; \frac{\nu_{zx}}{E_z} = \frac{\nu_{xz}}{E_x}; \frac{\nu_{zy}}{E_z} = \frac{\nu_{yz}}{E_y}$$

(Eq. 3.15)

i podem calcular els mòduls de Young que ens falten:

$$E_y = E_x \cdot \frac{\nu_{xy}}{\nu_{yx}} = 12489,5 \cdot \frac{0,03}{0,3} = 1248,95 \text{ MPa}$$

$$E_z = E_x \cdot \frac{\nu_{zx}}{\nu_{xz}} = 12489,5 \cdot \frac{0,05}{0,52} = 1200,91 \text{ MPa}$$

(Eq. 3.16)

Els mòduls d'elasticitat transversals es trobaran mitjançant interpolació dels valors de la Taula 3.3. i fent ús del valor de G_{xz} trobat experimentalment en 3.3.2. Assaig de torsió elàstic. Tots els valors calculats per la fusta es troben de color blau en la Taula 3.8.

3.4.2. Construcció tipus “sandwich”

El tipus de construcció utilitzada en els esquís és la “sandwich” també anomenada construcció laminada. Consisteix, bàsicament, en la superposició de diverses capes dels materials descrits en l'apartat anterior que es troben en una estructura tancada pels laterals, anomenats “sidewalls”.

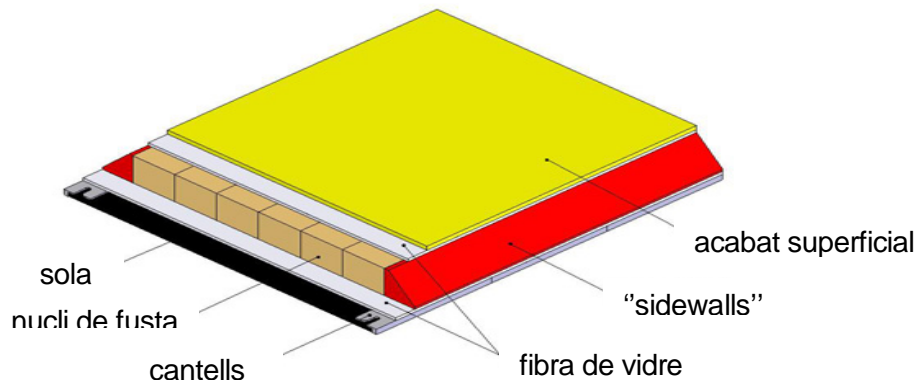


Fig. 3.14. Esquema amb les parts que formen l'estructura “sandwich”

La part més important de l'estructura de l'esquí; i per tant, la que es posa més èmfasis al llarg del treball, és el nucli de fusta. Però també cal afegir reforços a la paret superior e inferior del nucli per donar resistència a l'esquí i millorar certes propietats mecàniques, aquests reforços poden ser de fibra de carboni o fibra de vidre, els utilitzats en els nostres esquís són de fibra de vidre.

Per unir les diverses capes o lamine que conformen el “sandwich” s'utilitza resina epoxy que juntament amb l'emmotllament al buit, que s'explica en 3.4.3.2. Emmotllament al buit, dona consistència i manté unida l'estructura.

3.4.3. Etapes del procés de fabricació

Podem definir tres etapes de fabricació diferents que permeten obtenir a partir dels materials inicials l'esquí final. Són operacions de mecanitzat de un nivell tecnològic no molt avançat i que es poden dur a terme en un taller petit, però cal realitzar-les correctament per obtenir un bon producte final.

3.4.3.1. Fresatge

Per obtenir la forma desitjada del nucli dels esquís de fusta es parteix de un llistó de fusta de dimensions 1900x162x13mm, com el que s'ha utilitzat en Assaigs per la determinació de les propietats mecàniques. Assaigs per la determinació de les propietats mecàniques, i mitjançant un procés de fresatge s'obté la forma desitjada.

El fresatge és una operació de mecanitzat que permet obtenir formes complexes a partir de peces de metall, plàstic o fusta, entre d'altres materials. Existeixen diversos tipus de fresadores, les fresadores tradicionals requereixen d'un operari que manipuli constantment la màquina i les geometries que es poden obtenir són limitades. Amb l'aparició de les fresadores de control numèric, es poden obtenir peces més complexes, amb un elevat grau de precisió i de forma automatitzada.



Imatge 3.7. Fresatge amb una màquina de control numèric

El llistó de fusta es mecanitza mitjançant una fresadora de control numèric programada per obtenir el nucli de fusta desitjat per a cada esquí, de manera que podem obtenir la geometries diverses.

3.4.3.2. Emmotllament al buit

Per tal de poder unir les diverses parts que conformen l'estructura de l'esquí s'utilitza una tècnica de laminació per emmotllament al buit, mitjançant una bomba al buit s'extreu tot l'aire del sistema tancat on es troben els esquis i utilitzant motlles se'ls hi dona la forma desitjada. A més el sistema es manté a una temperatura constant de 25°C, i es deixa durant 8-9 hores en aquest estat.



Imatge 3.8. Procés artesanal d'emmotllament al buit

Un cop acabat l'emmotllament al buit és necessari retallar el material sobrant, mitjançant una serra elèctrica i , posteriorment, una polidora per un acabat de millor qualitat.

3.4.3.3. Acabats finals

Els acabats finals consisteixen el deixar els esquís llestos per poder ser utilitzats, poden tractar-se tant d'acabats funcionals com d'acabats estètics i decoratius. En cap dels casos els acabats tenen influència en l'estructura de l'esquí, és a dir, no es modifica ni s'altera el "Sandwich", A continuació, es descriuen aquests acabats:

- **Acabat superficial:**

Millora l'aspecte estètic de la superfície dels esquís, es poden afegir gran quantitat de lamines per donar diferents aspectes segons les preferències del client final. En la *Imatge 3.9.* es pot veure un acabat que li proporciona als esquís un aspecte de fusta fosca.



Imatge 3.9. Aspecte superficial dels esquís

- **Sola:**

Com s'ha explicat en 3.4.1. *Materials utilitzats* cal afegir la sola a l'esquí per poder proporcionar-li una bona adherència i lliscament quan estigui en contacte amb la neu. El procés és relativament senzill; es talla la sola segons el perfil de l'esquí i durant el procés d'emmotllament al buit, es situa en la part inferior de l'esquí.



Imatge 3.10. Tall de la sola segons el perfil de l'esquí

4. Disseny d'experiments i optimització

4.1. Disseny d'experiments i objectius

Els models de disseny d'experiments són models estadístics que tenen a objectiu esbrinar si uns determinats factors influeixen en una variable d'interès o resposta. La metodologia del disseny d'experiments es basa en la experimentació. Si es realitza una certa experimentació en un laboratori on la majoria de les causes de variabilitat estan molt controlades, l'error experimental serà petit i la variabilitat entre el resultat dels experiments serà baixa.

L'objectiu del disseny d'experiments es estudiar si una o més variables milloren una resposta o no. Per tal d'aconseguir els objectius i veure si una variable té influència i com influeix en la resposta, cal que l'experiment estigui ben dissenyat. En el nostre cas, l'experiment es realitza per trobar les condicions experimentals amb les quals s'aconsegueix un valor extrem en la variable d'interès o resposta.

La utilització dels models de disseny d'experiments es basa en la experimentació i el posterior anàlisi dels resultats que s'obtenen d'un experiment ben planificat.

Un altre objectiu dels models estadístics i, en particular, dels models de disseny d'experiments, és controlar la variabilitat d'un procés aleatori que pot tenir diferent origen. Els resultats de qualsevol experiment estan sotmesos a tres tipus de variabilitat:

- Variabilitat sistemàtica i planificada: originada per les diferències sistemàtiques entre les diverses condicions experimentals imposades pel disseny i per voluntat de l'experimentador. És la variabilitat que ens interessa identificar i estudiar. És preferible disposar d'aquest tipus de variabilitat.
- Variabilitat típica de la naturalesa del problema i de l'experiment: deguda al soroll aleatori, no planificada. En experiments duts a terme en un laboratori aquesta variabilitat és inevitable, però si l'experiment està ben planificat, es possible estimar el seu valor i fer les prediccions oportunes. Per tant, és una variabilitat que en experiments físics estarà sempre present però serà tolerable.
- Variabilitat sistemàtica i no planificada: aquesta variabilitat produeix una variació sistemàtica dels resultats i es deguda a causes desconegudes i no planificades. És a dir, s'obtenen resultats diferents sense saber-ne les causes. Aquesta variabilitat és la més perillosa i és la causa principal de conclusions errònies.

En el nostre cas, els experiments no seran duts a terme en un laboratori sinó mitjançant simulacions informàtiques, que s'explicarà en el següent bloc, de manera que no tindrem *variabilitat típica de la naturalesa del problema i de l'experiment*.

Així doncs, la planificació dels experiments serà una part igual o més important que la pròpia experimentació. És fonamental conèixer els factors que realment tenen influència i estimar aquesta influència. Tradicionalment, per l'estudi dels problemes, s'estudiaven els factors un a un, modificant el valor d'un factor i fixant els demès. Aquesta metodologia presenta gran inconvenients:

- Son necessaris un gran nombre d'experiments
- Les conclusions obtingudes tenen un camp de validesa molt restringit
- No és possible estudiar la existència de interacció entre factors
- Es inviable moltes vegades per motius de temps i cost

Les tècniques de disseny es basen en estudiar simultàniament els efectes de tots els factors d'interès, són més eficaços que els mètodes usats tradicionalment i proporcionen millors resultats amb menors costos.

De forma general cal seguir les següents etapes pel correcte desenvolupament d'un problema de disseny d'experiments:

- 1) Definir els objectius de l'experiment
- 2) Identificar les possibles fonts de variació
- 3) Triar una regla d'assignació de les unitats experimentals
- 4) Especificar les mesures que es realitzaran, resposta; procediment experimental i anticipar-se a les possibles dificultats
- 5) Executar els experiments, es pot començar per un experiment pilot per veure si tot funciona com ha estat planejat anteriorment
- 6) Especificar el model matemàtic, indicar la relació que existeix entre els factors i les respostes obtingudes.
- 7) Treure conclusions

4.2. Dissenys factorials

El disseny factorial és un tipus d'experiment, que com s'ha comentat en 4.1. *Disseny d'experiments i objectius*, permet estudiar els efectes que diversos factors poden tenir sobre una resposta.

El disseny consta de dos o més factors i cadascun d'aquests factors presenta diferents valors diferents que la variable pot prendre o nivells. Per tal de denominar el tipus de disseny, s'utilitza *disseny factorial a·b*, on **a** és el número de factors, **b** el número de nivells que presenta cada factor i la operació **b^a** ens dona el número total d'experiments a realitzar.

Un exemple que podria ser perfectament vàlid en el nostre disseny d'experiments, seria tenir 3 factors (A, B i C) on cadascun pogués prendre 2 valors possibles (1 i 2), llavors el número d'experiments a realitzar seria de $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$. En la Fig. 4.1, es poden veure totes les combinacions amb els valors que haurien de prendre les variables en els 8 experiments que caldria realitzar en aquest exemple de disseny.

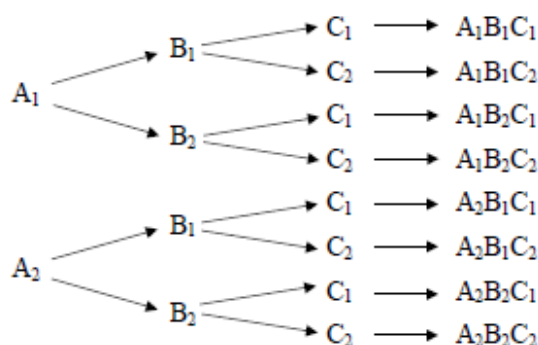
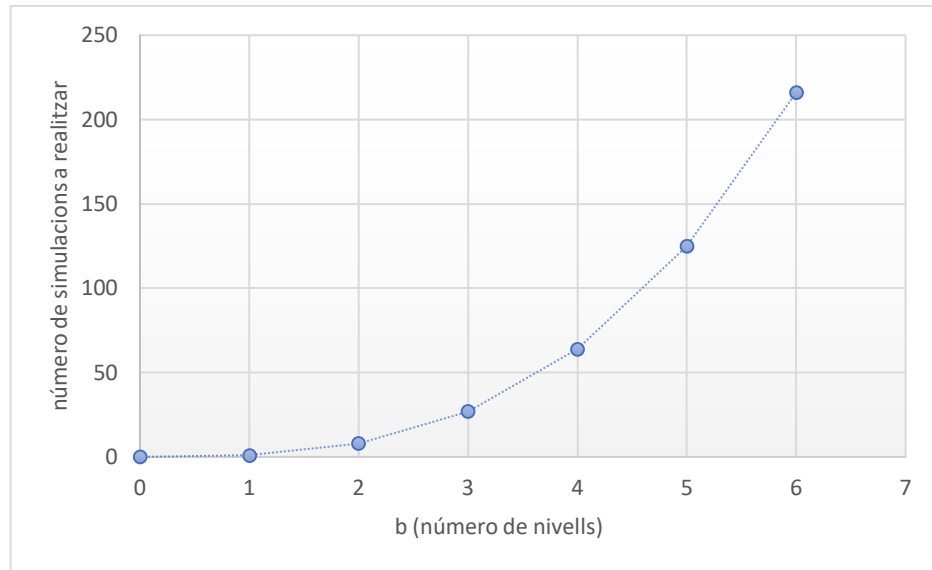


Fig. 4.1. Esquema de les combinacions obtingudes amb 3 factors i dos nivells

Cal observar que el número d'experiments o de simulacions a realitzar, en el nostre cas, augmenta exponencialment amb el número de nivells com es pot veure en el Gràfic 4.1. Podem suposar el cas d'un disseny amb 3 variables i 5 nivells, la quantitat d'experiments a realitzar seria de 125, un nombre força elevat. Això serà un factor que limitarà la quantitat de nivells que podrà prendre cada variable, ja que no disposem de temps suficient per realitzar una gran quantitat de simulacions.



Gràfic 4.1. Gràfic del número de simulacions a realitzar en funció del número de nivells de cada factor o variable

Així doncs, caldrà limitar la quantitat de nivells que cada factor presentarà per solucionar aquest problema. S'assignarà a cada valor només 2 valors possibles en cada tanda d'experimentació, això s'anomena **disseny a dos nivells** i veure'm com tractar-lo en l'apartat 4.2.1. *Disseny a dos nivells*.

Aquesta limitació però tindrà un cost, hi haurà valors de les variables que no apareixeran en els experiments o simulacions i això podria suposar que la solució més òptima obtinguda en una resposta no sigui realment la millor. Caldrà doncs fer un bon anàlisi dels resultats obtinguts, que s'explica en l'apartat 4.3. *Anàlisi dels resultats*, per poder trobar els valors de les variables que fan que la resposta sigui òptima.

4.2.1. Disseny a dos nivells

Com ja hem vist en aquests dissenys, el factor prendrà només 2 nivells o valors diferents en el disseny experimental. Tot i que, es poden realitzar noves tandes d'experiments on aquests dos nivells prenguin valors diferents. Aquests dissenys exigeixen la realització de 2^k experiments o violacions, on k és el número de factors o variables. Denominarem els dissenys segons el nombre d'experiments a realitzar 2^k i ho llegirem "2 a la k".

Aquest nivells són molt utilitzats per tres motius, que en el nostre cas també se'ns presenten interessants:

1. Proporcionen una bona relació entre l'esforç experimental i la informació obtinguda
2. Són fàcils de construir, realitzar e interpretar
3. Es poden combinar entre ells, és a dir, es poden realitzar diferents tandes d'experimentació on s'escullen 2 nivells nous

Entre els valors dels nivells se suposa que la resposta té un comportament lineal. Caldrà doncs, col·locar aquests valors o nivells suficientment pròxims perquè la recta sigui una bona aproximació de la veritable forma que presenta la resposta en aquella zona,

4.2.2. Matriu de disseny

La matriu de disseny és una taula on es pot veure la relació de les condicions amb les quals es realitzarà l'experimentació. En el dissenys a dos nivells, els valors dels factors es codifiquen assignant al valor baix un -1 (o simplement $-$) i al valor alt un $+1$ (o simplement $+$). En el cas de factors qualitatius, es definiria quin pren el -1 i quin el $+1$, tot i que en el nostre disseny només tractarem factors quantitius.

Simulació número	Factor A	Factor B	Factor C	Resposta
1	-	-	-	
2	+	-	-	
3	-	+	-	
4	+	+	-	
5	-	-	+	
6	+	-	+	
7	-	+	+	
8	+	+	+	

Taula 4.1. Matriu de disseny per a un disseny de 2 a la 3

La *Taula 4.1.* és una matriu de disseny per a un disseny de 3 factors o variables i 2 nivells cadascun, ja que es tracta de un disseny a dos nivells. Cada fila correspon a un experiment amb la combinació de valors que han de prendre les variables, en la última pregunta de cada fila s'hi anotaria la resposta obtinguda en cada experiment. Una matriu com aquesta podria ser utilitzada en el cas que ens ocupa, on caldria definir els factors i els nivells que presentaria cada factor.

4.3. Anàlisi dels resultats

Un cop es tenen tots els resultats, significa que tota l'experimentació, o en el nostre cas totes les simulacions, ja s'han realitzat. De forma que si el disseny de les simulacions o la seva realització no ha estat fet correctament, no hi haurà solució.

Per tal d'analitzar els resultats, serà útil fer ús de eines gràfiques que ens permetin representar les respostes i poder treure bones conclusions sense cometre errades. Seguint amb l'exemple de disseny factorial de 3 variables i dos nivells vist en l'apartat 4.2.2. *Matriu de disseny*, podem representar les variables i les respostes obtingudes de la forma següent:

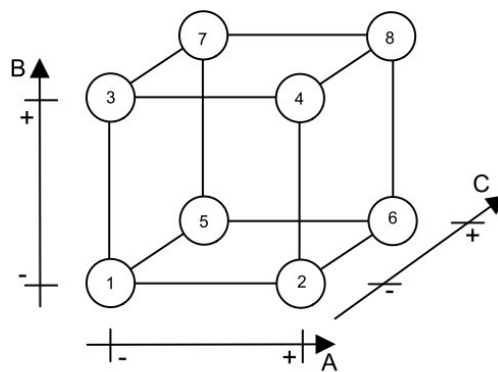


Fig. 4.2. Representació gràfica de les variables i les respostes

En la Fig. 4.2. podem veure una possible representació gràfica de les variables i les respostes obtingudes en les simulacions, cada cara del cub correspon a un nivell de una certa variable i cada una de les vuit respostes obtingudes se situa en el vèrtex corresponent segons la *Taula 4.1*. Aquesta representació ens permet extreure les primeres conclusions i plantejar-nos les primeres preguntes; en quin punt de l'espai es troba la resposta més òptima, és aquest punt un vèrtex del cub, existeix interacció entre les variables, de quina manera afecten les variables sobre la resposta... Per treure totes aquestes conclusions cal quantificar aquestes influències de les variables, els valors que permetran fer-ho s'anomenen **efectes**.

Els efectes calculats per a cada factor per separat s'anomenen efectes principals, i ens indiquen quan canvia la resposta al passar del nivell alt (+) al nivell baix (-) d'aquell factor. Podem calcular l'efecte d'un factor com el promig de les diferències entre els dos nivells d'aquest factor, l'efecte del factor A es calcula de la forma següent: (es realitza de forma anàloga per la resta de factors)

$$A = \frac{(y_2 - y_1) + (y_4 - y_3) + (y_6 - y_5) + (y_8 - y_7)}{4}$$

on y_n , és la resposta obtinguda en l'experiment o simulació n

En la Fig. 4.3, podem veure de forma esquematitzada el càlcul dels efectes principals dels tres factors del disseny.

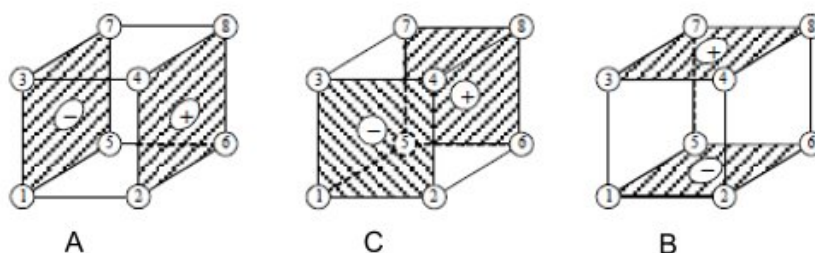


Fig. 4.3. Esquema del càlcul dels efectes principals

Cal tenir el compte que el valor dels efectes principals no significa que al passar del nivell baix al nivell alt la resposta augmenti aquest valor, ja que es tracta d'un valor promig.

Per tenir una visió completa de la influència de les variables, serà necessari calcular les interaccions. Pel nostre disseny serà suficient calcular les interaccions entre dos factors, existeixen tres interaccions d'aquest tipus ja que es fàcilment demostrable que la interacció entre A-C és la mateixa que entre C-A.

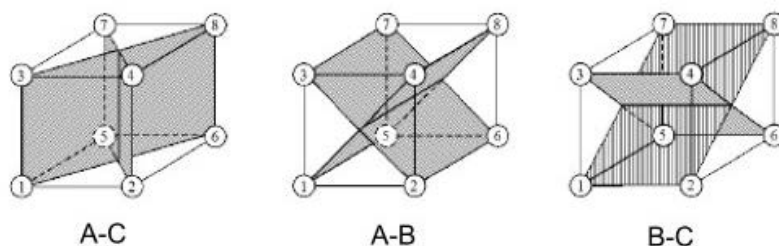


Fig. 4.4. Esquema del càlcul entre les interaccions entre dos factors

En la Fig. 4.4. Esquema del càlcul entre les interaccions entre dos factors Fig. 4.4. es pot veure un esquema dels càlcul d'aquestes interaccions, com ja hem vist pel càlcul dels efectes principals. Per exemple, per calcular la interacció entre B-C es realitzaria de la forma següent:

$$B - C = \frac{y_1 + y_2 + y_8 + y_7}{4} - \frac{y_3 + y_4 + y_5 + y_6}{4}$$

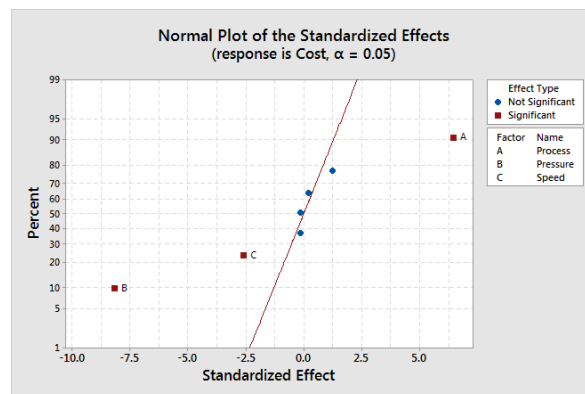
4.3.1. Interpretació dels resultats

Que els valors dels efectes principals i els valors de les interaccions entre dos factors siguin diferents de zero no implica que aquest sigui significatiu. Caldrà doncs fer un anàlisi estadístic

i diferenciar entre els factors que siguin significatius dels que no ho siguin. Una manera senzilla serà fer un d'un diagrama de punts i discriminar entre els efectes que estiguin més propers a zero i els que es trobin més allunyats.

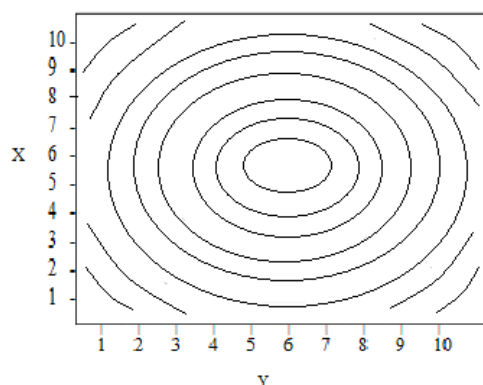
Una altra manera, serà fer ús del programa informàtic **Minitab** per poder realitzar diagrames més complexes, com el **diagrama de Pareto**. En el diagrama de Pareto s'ordenen els efectes de major a menor importància i ens diferenciar entre els efectes significatius dels que no ho són.

El Minitab també inclou altres eines específiques per poder analitzar estadísticament els valors dels efectes. Podem representar-los en un paper probabilístic normal i el propi software informàtic ens indicarà quins són aquells efectes significatius.



Gràfic 4.2. Exemple dels efectes representats en un paper probabilístic normal

Una altre gràfic que ens serà de gran utilitat és el “Contour Plot”, una eina que ens ofereix el propi Minitab. Aquest gràfic permet representar una superfície tridimensional en un pla, de dos dimensions. Així doncs podrem presentar d'una forma molt visual, per exemple, la resposta obtinguda en funció de dos factors o variables, fixant la resta de variables. En el Gràfic 4.3. Exemple d'un “Contour Plot” podem veure un exemple d'un “Contour Plot”, on es representaria una resposta en funció de X i de Y.



Gràfic 4.3. Exemple d'un “Contour Plot”

5. Anàlisi per elements finits

5.1. Descripció de la realitat

Per assolir l'objectiu principal del treball, que no és cap altre que intentar optimitzar l'estructura dels esquís, caldrà primer descriure la realitat i veure quins esforços actuen sobre els esquís en les situacions habituals del seu ús.

L'esquí és un esport on la dinàmica té un pes molt important, de fet en les dues situacions que es descriuran la dinàmica en té un pes fonamental. Tot i això, es farà un tractament estàtic, analitzant els esforços que s'apliquen en un cert moment. Aquesta simplificació, es realitza per poder tractar el problema amb els coneixements adquirits en assignatures com *Resistència de Materials*, per la dificultat que presenta un estudi dinàmic en el cas de l'esquí i per la impossibilitat de realitzar-lo amb el temps del qual es disposa per realitzar aquest treball.

Començarem descrivint la situació més habitual, quan l'esquiador es troba sobre dels esquís descendint en línia recta o simplement parat. En aquesta situació és el propi pes de l'esquiador que es recolza sobre dels esquís que exerceix una certa força. Podem veure en la Fig. 5.1. un esquema d'aquesta situació, la força **F** que l'esquiador sobre un dels esquís mentre es troba descendint per una pendent de un angle **θ** seria de:

$$F = \frac{1}{2} \cdot M \cdot g \cdot \cos(\theta)$$

(Eq. 5.1)

on *M* és el pes (massa) de l'esquiador

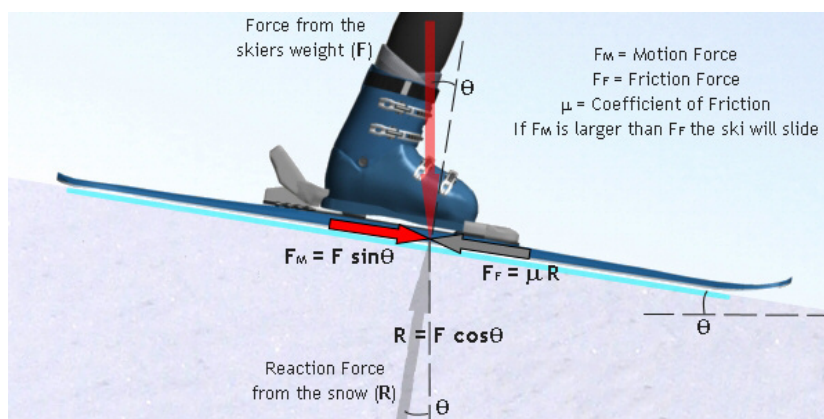


Fig. 5.1. Esquema gràfic d'aquesta primera situació

Aquesta força exercida per l'esquiador, per la llei d'acció-reacció, es veu compensada per una força **R** que exerceix el terra de igual mòdul i de sentit contrari que val:

$$R = -F \quad (\text{Eq. 5.2})$$

També existeix una força **F_M** en la direcció longitudinal de l'esquí també provocada pel mateix pes de l'esquiador. Al considerar la situació estàtica, és a dir que no existeix acceleració, hi ha un equilibri de forces també en aquesta direcció degut a la força de fricció **F_R** que la neu exerceix sobre l'esquí, de manera que:

$$F_M = \frac{1}{2} \cdot M \cdot g \cdot \sin(\theta) = -F_R = -\mu \cdot R \quad (\text{Eq. 5.3})$$

I perquè es compleixin totes les equacions caldrà que:

$$\theta = \arctg(\mu) \quad (\text{Eq. 5.4})$$

Tenint en compte que la neu té un coeficient de fricció estàtic de 0.1, podem calcular el angle de la pendent que s'utilitzarà en el nostre cas a partir de l'equació (Eq. 5.4):

$$\theta = \arctg(0,1) \approx 6^\circ$$

Tot i això, ens podem trobar en una cas extrem que serà el que ens interessa estudiar per optimitzar el nostre esquí. Quan l'esquiador es trobi en un terreny irregular es pot donar la situació que l'esquí només es trobi recolzat en els dos extrems de manera que es genera un moment flector màxim i una deformació màxima en el punt mig de l'esquí. Cal analitzar aquesta situació extrema per tal d'assegurar que l'esquí aguantarà aquest esforç i optimitzar l'estructura per assolir el comportament desitjat.

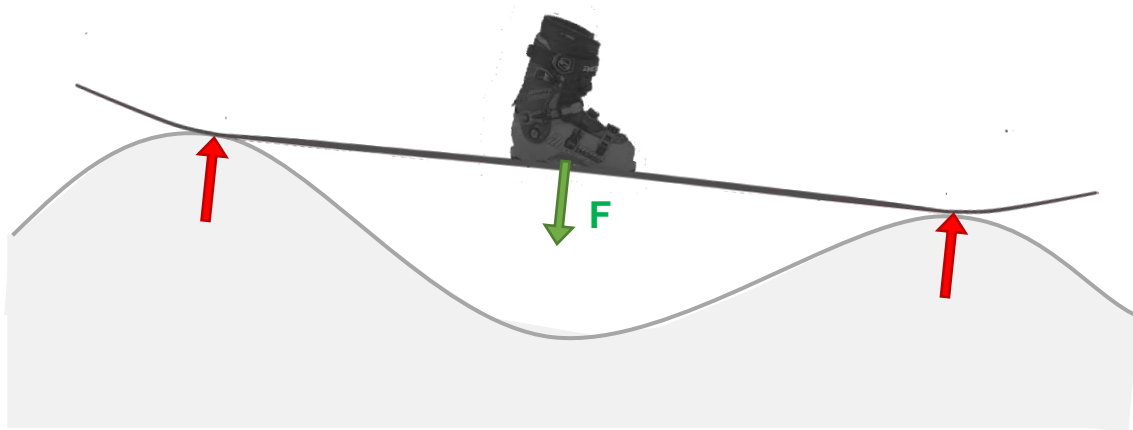


Fig. 5.2. Representació gràfica del cas extrem que s'analitzarà

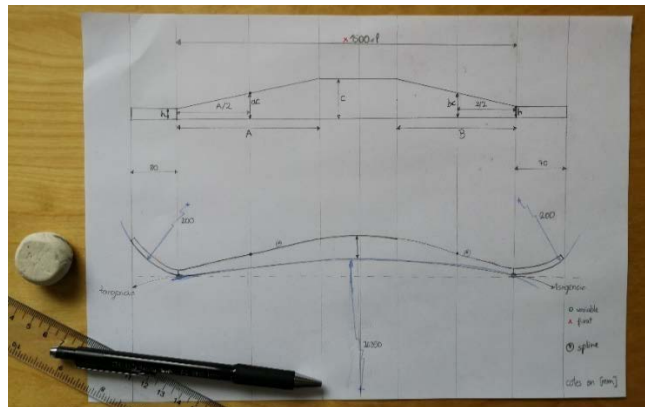
També pot combinar-se aquest cas extrem amb la hipotètica situació que l'esquiador realitzi un salt i en la recepció d'aquest l'esquí només es recolza en els dos extrems, com es mostra en la Fig. 5.2. En aquesta situació, la força que s'aplicaria seria major que la situació anterior, caldrà doncs tenir-ho en compte a la hora d'aplicar la força en la simulació. Podem considerar aquesta força 3 vegades superior a la definida anteriorment:

$$F_{extrema} = 3 \cdot F = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot M \cdot g \cdot \cos(\alpha) = \frac{3}{2} \cdot \cos(6) \cdot M \cdot g$$

(Eq. 5.5)

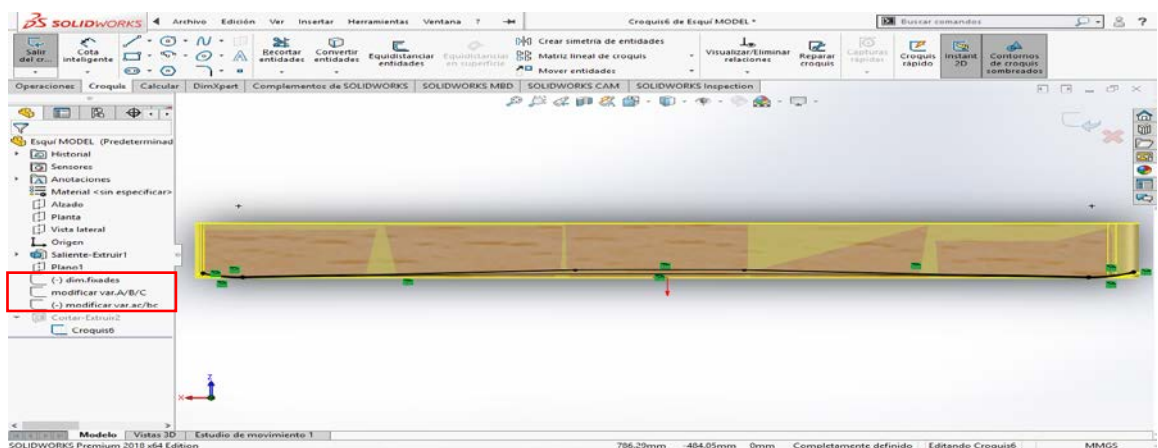
5.2. Disseny 3D dels esquís

Es partirà d'un model d'esquí, actualment en fabricació, i que està donant uns bons resultats, aquest esquí l'anomenarem esquí alfa. Tot i que es desconeix si aquest model d'esquí és òptim o no, com ja hem comentat anteriorment. En la *Imatge 5.1* es pot observar el croquis amb les dimensions del nucli de fusta de l'esquí alfa que s'han utilitzat pel disseny 3D, algunes d'aquestes dimensions com la curvatura dels esquís estan fixades, a causa del procés de fabricació, mentre que les dimensions variables són les que caldrà modificar per obtenir l'estructura optimitzada de l'esquí o veure si ja ens trobem en un òptim.



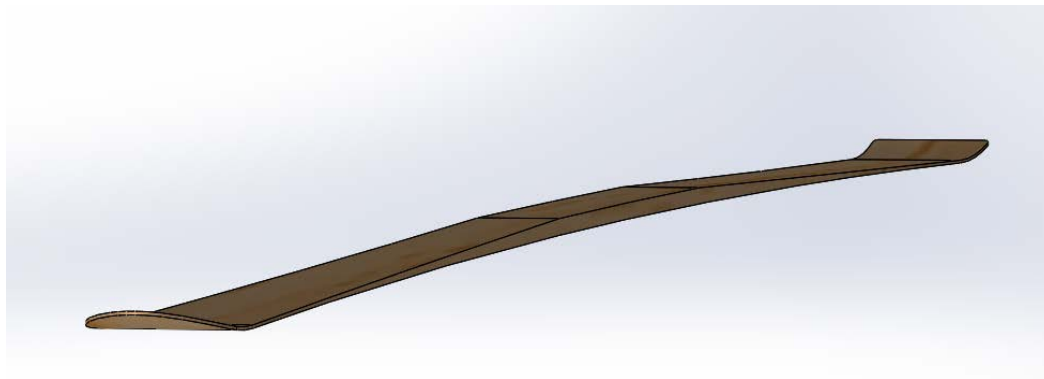
Imatge 5.1. Croquis amb les dimensions de l'esquí alfa

Per tal de realitzar el disseny 3D s'utilitza el programa informàtic *SolidWorks*, un software CAD (disseny assistit per ordinador) que permet modelar peces i conjunts en 3D. Inicialment, es realitza un model 3D d'aquest esquí alfa de tal manera que posteriorment es puguin modificar els valors de certes dimensions i així obtenir el model desitjat. En la *Imatge 5.2* es pot veure un requadre vermell on es veuen els croquis que caldrà modificar.



Imatge 5.2. Dissenyant el perfil del model amb el software SolidWorks

En la *Imatge 5.3.* podem veure el model 3D del nucli de fusta d'aquest esquí alfa ja acabat.



Imatge 5.3. Vista frontal-lateral del model 3D de l'esquí alfa

També serà necessari realitzar un model 3D de les làmines superior e inferior de fibra de vidre que formen part del “sandwich” de l'esquí. Aquestes dues capes també es modificaran depenent del valor que prenguin les variables en les diferents simulacions, inicialment però es realitzen les que s'utilitzaran per l'esquí alfa.

Finalment, es realitzen uns suports que simulen els que podríem trobar en el laboratori. Totes les peces es realitzen per separat i s'uneixen mitjançant un assemblatge, per tal de definir els contactes entre elles i poder utilitzar tot el model en les simulacions. En la *Fig. 5.3.* Assemblatge del model de l'esquí alfa veiem una vista frontal-lateral d'aquest assemblatge.

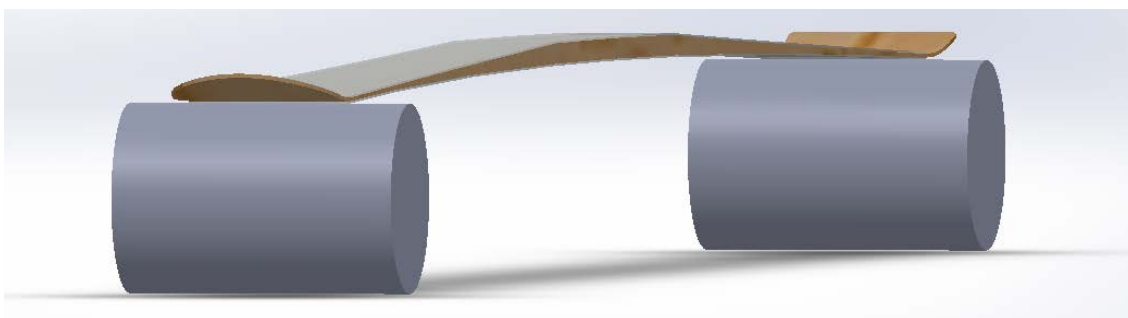


Fig. 5.3. Assemblatge del model de l'esquí alfa

5.3. Modelització experimental de la realitat

En aquest apartat es descriu com es modelitzarà la situació real per tal de poder-la simular amb programa informàtic *ANSYS Workbench*, un software de simulació que permet predir com es comportarà un producte/peça sota els efectes de diversos factors.

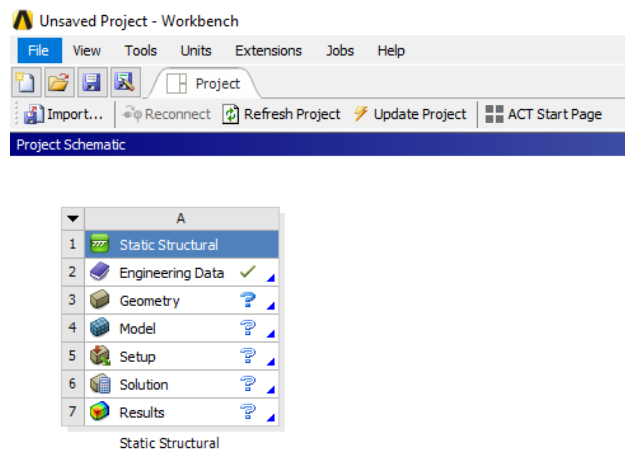


Fig. 5.4. Definint el tipus de projecte

Aquest software en permet escollir entre diferents tipus de projectes on cal seguir els passos definits per poder arribar als resultats finals, d'aquesta manera es pot avançar de manera ordenada i clara. En el nostre cas, com es pot veure en la

Fig. 5.4, escollim un projecte "Static Structural" ja que volem analitzar un element estàtic des de el punt de vista estructural.

5.3.1. Definició dels materials

Com veiem en la

Fig. 5.4, el primer pas que cal realitzar és complementar l' "Engineering Data" amb la informació dels materials que s'utilitzaran en els passos posteriors de la simulació. En la *Fig. 5.5*, podem veure dins del requadre vermell els materials que s'han introduït, dos dels tres materials i les seves propietats mecàniques trobades experimentalment els trobem en la *Taula 3.8*.

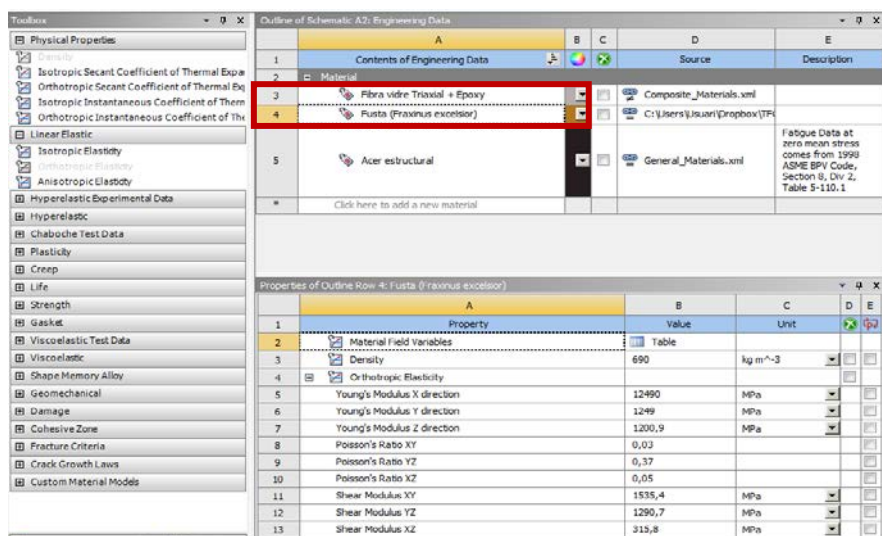


Fig. 5.5. Introduint la informació dels materials necessaris

5.3.2. Geometria i assignació dels materials

Aquest pas és relativament ràpid i senzill, ja que la geometria del model la podem importar del disseny 3D realitzat amb el software *SolidWorks*, el procediment del qual es troba explicat en 5.2. *Disseny 3D dels esquís*. Serà necessari doncs, guardar l'assemblatge en format .igs e importar-lo en el "Design Modeler" del propi *ANSYS Workbench*. En la Fig. 5.6. observem aquesta geometria ja importada i que ens permet tractar les diverses peces per separat, aquest fet serà molt important a la hora d'assignar els materials i definir les condicions de contorn.

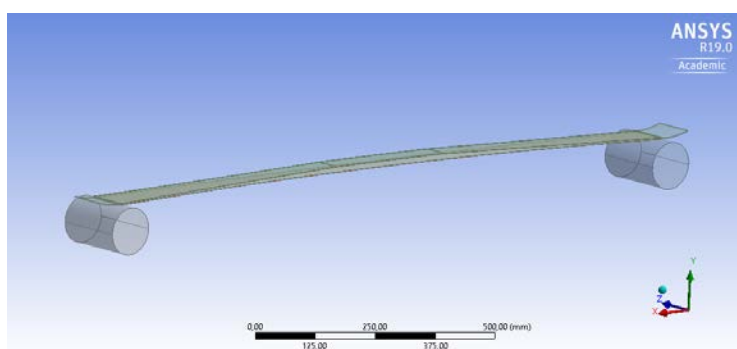


Fig. 5.6. Geometria importada a l'ANSYS Workbench

A cada peça de l'assemblatge li assignarem un dels materials definits en l' "Engineering Data". Així doncs, cada part del "sandwich" de l'esquí tindrà les propietats mecàniques corresponents i tindrem ja la geometria amb els materials perfectament assignats, com es pot comprovar en

la Fig. 5.7.

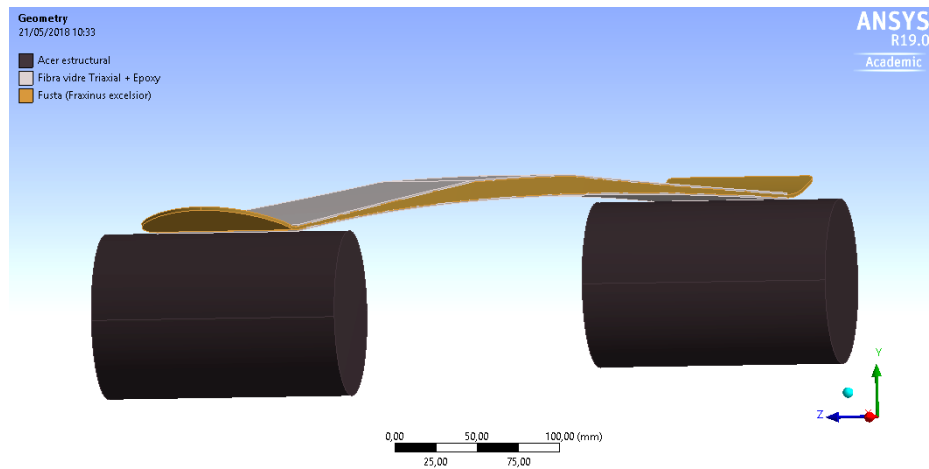


Fig. 5.7. Geometria amb els materials assignats

5.3.3. Mallat

El mallat és una de les parts del procés d'element finits més importants, per tal d'aproximar el domini geomètric que permeti realitzar els càlculs necessaris. Cal realitzar un bon mallat per tal d'aconseguir una bona aproximació de la solució, sense que aquest resulti excessiu ja que estariem pagant un cost computacional molt elevat obtenint una millora molt baixa en la precisió dels resultats.

Un bon mallat és aquell que aconsegueix un equilibri, aconseguint una malla que no converteixi el problema en un gran cost computacional però que els resultats siguin el suficientment aproximats per donar-los vàlids.

Sempre que sigui possible cal utilitzar un mallat uniforme, és a dir de igual separació entre nusos. S'ha demostrat que en problemes de flexió pura l'ús d'elements triangulars ens proporcionen resultats veraces. Aquests elements triangulars no haurien de presentar angles extremadament aguts o obtusos. També és important mantenir un "Aspect Ratio" proper a 1 e intentar que es mantingui per sota de 3.[6]

La versió d'ANSYS utilitzada és la versió "Academic" que té una limitació de 35000 nusos. Serà necessari tenir el màxim de nusos, per tal d'aconseguir un mallat amb un bon nivell de refinament, sense sobrepassar aquests 35000 nusos. Es prioritzarà obtenir un bon mallat en el nucli de fusta ja que aquest és el de major interès per l'estudi.

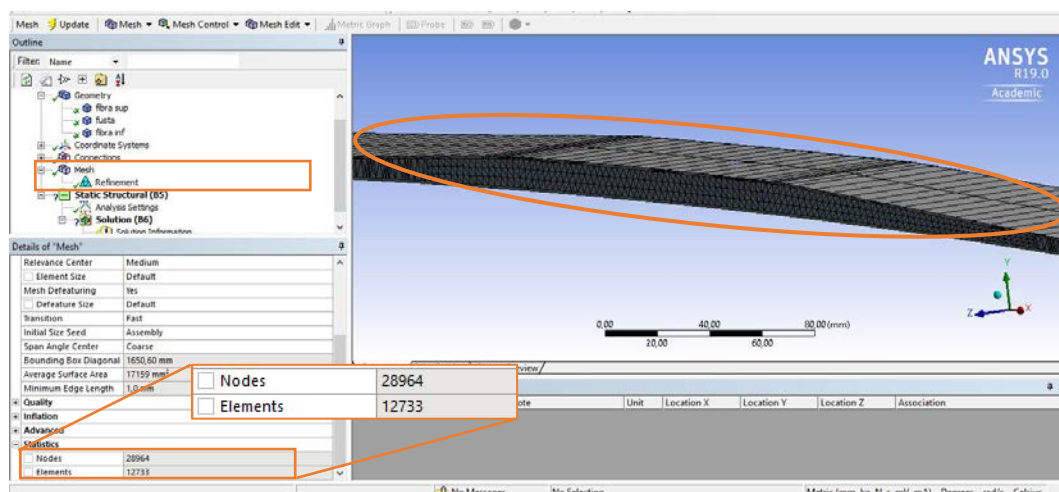


Fig. 5.8. Mallat de la part central de l'esquí

En la Fig. 5.8. podem veure el mallat de la part central de l'esquí, es pot apreciar que en la direcció y del nucli trobem fins a 4 elements en la part central, que ens proporcionaran una bona aproximació. Aquesta millora del mallat en el nucli de l'esquí s'ha aconseguit realitzant un refinament en aquesta part. El total de nodes del mallat és de 28964 nusos, que no superen el màxim permès en la versió "Academic".

Finalment, cal comentar que s'han utilitzat elements quadràtics, per obtenir una millor aproximació, la resta de paràmetres s'han deixat en "Default" i posteriorment s'ha comprovat que el mallat resultats hagi estat el correcte.

5.3.4. Condicions de contorn i forces

L'últim pas que cal realitzar és la configuració de la simulació, és a dir, fixar les condicions de contorn i aplicar les forces necessàries per tal de modelitzar la situació real descrita en l'apartat 5.1. *Descripció de la realitat.*

En la Fig. 5.9. podem veure indicat amb les lletres A,B i C, les condicions de contorn i la força aplicada. La condició A és la fixació de la part davantera de l'esquí, que no permet el desplaçament en cap de les direccions i es troba totalment fixat. La condició B està aplicada a la part posterior de l'esquí i no permet que aquest extrem es desplaci ni en la direcció y ni en la direcció z, però sí permet el desplaçament en la direcció x, la direcció longitudinal de l'esquí. Aquestes dues condicions permeten fixar completament l'esquí sense arribar en una situació de hiperestàtica que podria provocar tensions no desitjades al aplicar-li una força, que no s'ajustarien a la realitat.

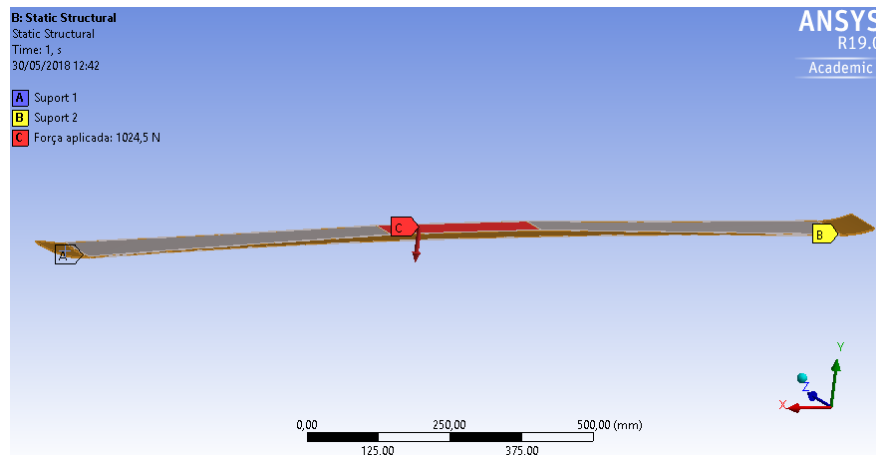


Fig. 5.9. Condicions de control i força aplicada

Per tal de modelitzar la realitat s'ha agafat el perfil d'un esquiador de 70 kg de pes i 175 cm de altura i mitjançant les fórmules obtingudes en l'apartat 5.1. *Descripció de la realitat* s'han calculat les forces que caldrà aplicar a l'esquí:

$$F = \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 9,81 \cdot \cos(6) = 341,5 \text{ N}$$

$$F_{extrema} = 3 \cdot F = \frac{3}{2} \cdot \cos(6) \cdot 70 \cdot 9,81 = 1024,5 \text{ N}$$

(Eq. 5.6)

A un esquiador d'aquest pes i alçada, li correspon una fixació de uns 280 mm de longitud segons la taula de la bibliografia [6]. Per tal de simular la força aplicada en la realitat, s'aplicarà la força (C) s'aplica sobre la superfície de la part central de l'esquí al llarg de 280 mm en la direcció y amb les mòduls obtinguts anteriorment.

5.4. Simulacions del disseny experimental

Finalment, es procedeix a realitzar les simulacions i l'obtenció dels resultats. Es divideix aquest apartat en dos subapartats; el primer consisteix en la simulació i anàlisi de l'esquí alfa, que com ja s'ha comentat anteriorment és el model l'esquí que es fabrica actualment i que funciona satisfactòriament, i un segon apartat on es duran a terme la resta de les simulacions i s'obtingran les respostes corresponents.

En totes les simulacions que es duran a terme s'utilitza la configuració i es segueixen tots els passos descrits en l'apartat 5.3. *Modelització experimental de la realitat*, on es modificarà la geometria del nucli de l'esquí d'acord amb el disseny d'experiments escollit i que s'explicarà en l'apartat 5.4.2. *Simulacions del disseny d'experiments*.

5.4.1. Simulació i anàlisi de l'esquí alfa

Abans de procedir a simular i obtenir els resultats del esquí alfa, cal veure quins d'aquests ens interessa analitzar i perquè. Diferenciem els resultats entre aquells que siguin funcionals dels que siguin estructurals:

- **Funcionals:** són aquells resultats que determinen certes propietats de l'esquí que podem traduir en comportaments i/o especificacions desitjades per l'esquiador.
 - Pes del nucli de fusta (kg): aquest resultat ens permetrà conèixer la lleugeresa d'un determinat esquí, aquesta és una especificació que és considerada important pels esquiadors i que caldrà tenir en compte en l'anàlisi estadístic posterior.
 - Deformació màxima (mm): serà interessant conèixer la deformació màxima en el punt central de l'esquí, aquesta deformació la relacionarem amb la rigidesa, una característica molt important i valorada pels esquiadors.

Els resultats funcionals s'obtindran aplicant la força F calculada en l'apartat 5.3.4. *Condicions de contorn i forces*, ja que no es vol analitzar una situació totalment extrema sinó una situació més habitual de funcionament de l'esquí.

- **Estructurals:** són aquells resultats que ens permetran conèixer si l'esquí té una validesa estructural, per exemple, les tensions que apareixen en una zona de l'esquí.
 - Tensions normals màximes (MPa): es buscaran les tensions normals màximes en el nucli de fusta de l'esquí i en els reforços de fibra de vidre + epoxy que formen part del "sandwich" de l'esquí.

Els resultats estructurals s'obtindran aplicant la força F_{extrema} calculada en l'apartat 5.3.4. *Condicions de contorn i forces*, ja que en aquest cas, volem sotmetre en nostre esquí a una situació extrema i veure com es comporta aquest.

Cal remarcar, que en tot moment es realitza un anàlisi comparatiu. Coneixent que l'esquí alfa funciona correctament i que no falla estructuralment, després de cert temps d'ús i en situacions molt diverses, es busquen els resultats definits anteriorment mitjançant els elements finits i que, actualment, es desconeixen. Aquests resultats i un breu anàlisi que es realitzarà per comprovar la validesa d'aquests ens serviran per definir els objectius del disseny d'experiments posterior.

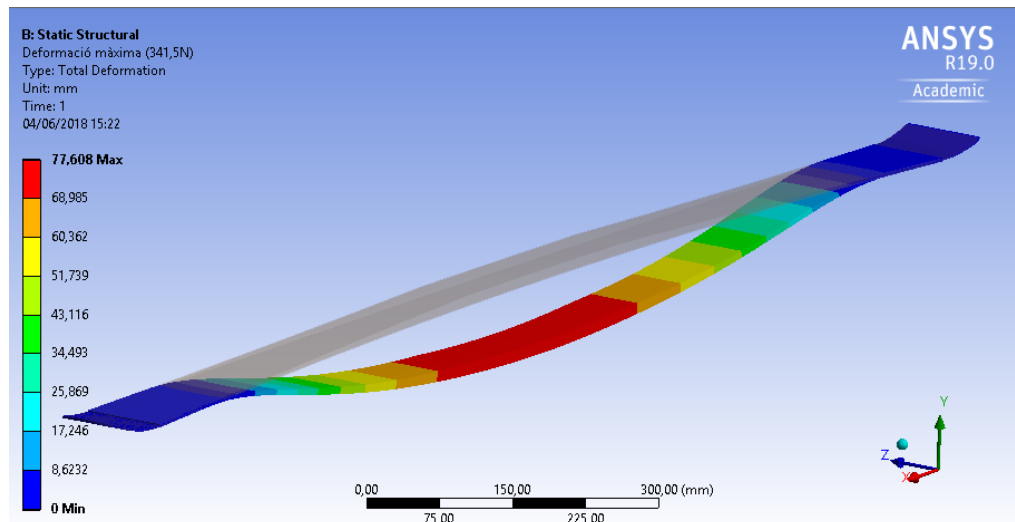


Fig. 5.10. Deformació màxima de l'esquí alfa

En la Fig. 5.10. veiem com es deforma l'esquí al aplicar-li una força de 341,5 N, tal com esperàvem i vam veure experimentalment en l'assaig a flexió (3.3.1. Assaig a flexió elàstic), la deformació màxima es produeix a la part central de l'esquí. En tots les simulacions que es duren a terme posteriorment, s'observarà el valor d'aquesta deformació màxima en el nucli de fusta.

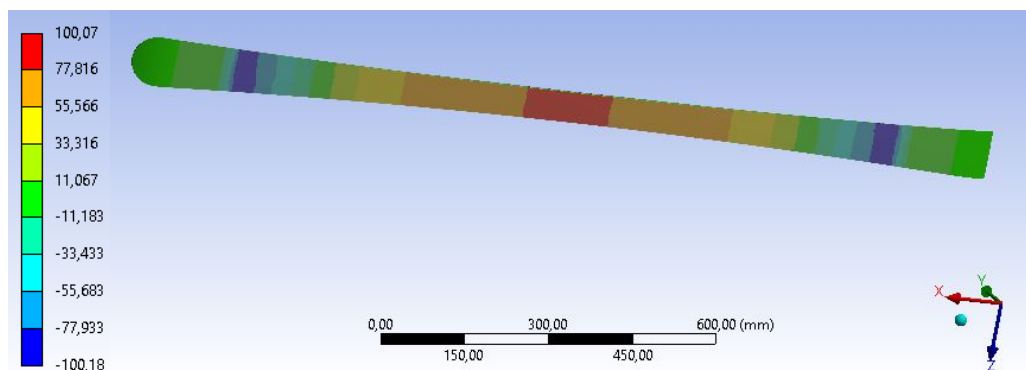


Fig. 5.11. Tensions normals a la part inferior del nucli de fusta de l'esquí alfa

En la Fig. 5.11. observem la distribució de les tensions normals avaluades en la part inferior del nucli de fusta de l'esquí, ja que és on apareixen les tensions normals màximes. Aquest màxim el trobem coincidint amb el punt de deformació màxima de l'esquí. De forma anàloga s'analitzen les tensions normals màximes en els reforços de fibra de vidre + epoxy.

En la Taula 5.1. es presenten els resultats obtinguts en la simulació de l'esquí alfa. Podem fer un breu anàlisi d'aquests resultats; per tal de comprovar la seva validesa, extreure les primeres conclusions i poder definir les respostes a observar en les simulacions posteriors.

	Nucli de fusta		Fibra de vidre + epoxy	
	-	314,5 N	1024,5 N	
	Pes (kg)	Deformació màxima (mm)	Tensió normal màxima (MPa)	Tensió normal màxima (MPa)
Esquí ALFA	0,40458	77,608	100,99	167,12

Taula 5.1. Resultats obtinguts en la simulació de l'esquí alfa

En l'assaig de flexió (3.3.1. Assaig a flexió elàstic) ja es va utilitzar la fitxa tècnica [2] de la fusta com la s'utilitza per a la fabricació dels esquís com a referència i es van obtenir un mòdul de Young molt similar de forma experimental. Sabem que l'esquí alfa no ha presentat cap fallida estructural després de ser utilitzat durant cert temps i en condicions diverses i extremes, amb la força de 1024,5 N simulem el que podria ser una d'aquestes situacions extremes màximes. En aquesta situació, el nucli de fusta presenta una tensió normal màxima de 100,99 MPa. Si comparem aquest valor amb el valor de resistència estàtica màxima admissible de 110,81 MPa de la fitxa tècnica de la fusta utilitzada, veiem que és inferior i que per tant, es reafirma que en aquesta situació extrema l'esquí alfa aguantaria estructuralment.

Les tensions normals màximes de la fibra de vidre + epoxy, només s'utilitzaran per comparar-les amb les que s'obtingran posteriorment i tindran un pes menys important ja que el material d'interès en aquest estudi és la fusta. Tot i això, és convenient comprovar que aquestes no augmentin de forma inesperada en alguna de les simulacions i que puguin provocar una fallida estructural de l'esquí.

Així doncs, aquestes seran les respostes de referència que s'utilitzaran i que caldrà obtenir de totes les simulacions que es duren a terme.

5.4.2. Simulacions del disseny d'experiments

Abans de realitzar les simulacions cal definir el disseny d'experiments, com ja hem vist en l'apartat 4. Disseny d'experiments i optimització; el tipus de disseny, els factors, els nivells de cada factor, elaborar la matriu de dissenys i definir respostes que s'observaran en cada simulació. En aquest cas s'ha escollit un disseny factorial de dos nivells cada variable i un total de 3 variables independents o factors, és a dir, un disseny factorial 2 a la 3.

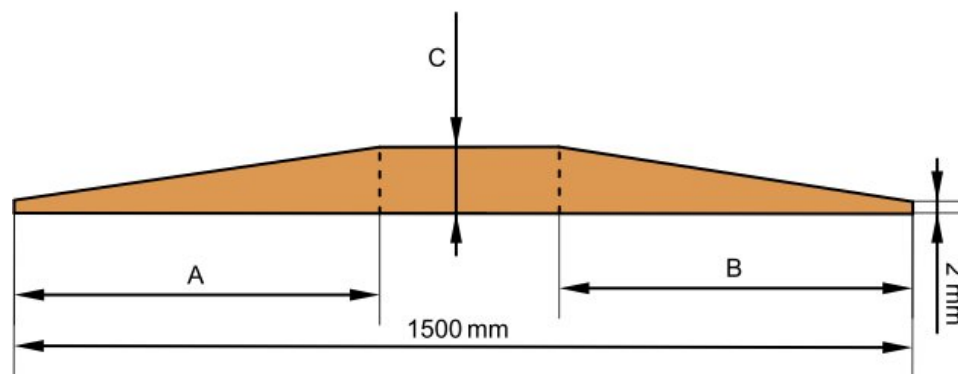


Fig. 5.12. Esquema de la geometria del nucli de fusta amb les variables i dimensions fixades

En la Fig. 5.12. Esquema de la geometria del nucli de fusta amb les variables i dimensions fixades podem veure un esquema de la geometria del nucli de fusta de l'esquí, aquesta geometria queda totalment definida al fixar 5 dimensions independents. D'aquestes 5 dimensions n'hi ha dues (1500 mm de longitud i 2 mm de gruix inicial), que ja venen fixades per requeriments de l'esquí i no poden ser modificades. Així doncs, les altres tres dimensions (A, B i C) seran les tres variables del nostre disseny experimental.

cotes en mm	A	B	C
esquí alfa	610	590	10,8

Taula 5.2. Valor de les variables de l'esquí alfa

Al tractar-se d'un disseny factorial a dos nivells és necessari definir dos valors, un nivell alt i un nivell baix. Per escollir aquests nivells, no s'ha realitzat de forma aleatòria, sinó que s'ha partit dels valors que prendrien aquestes variables en l'esquí alfa, que es mostren en la Taula 5.2. S'ha decidit que el valor que prenen les variables en l'esquí alfa, es trobi comprès entre els dos nivells que pot prendre la mateixa variable en el disseny d'experiments, per temes estadístics que es comentaran posteriorment. Finalment, s'han escollit els nivells tenint en compte els criteris anteriors i amb l'ajuda del fabricant dels esquís, que coneix les limitacions físiques que no permeten obtenir totes les geometries, aquests nivells es mostren en la Taula 5.3.

cotes en mm	Nivell alt (+)	Nivell baix (-)
A	620	580
B	600	560
C	11,6	10

Taula 5.3. Nivells que presenten les variables en el disseny d'experiments

A continuació, com ja s'ha vist en l'apartat 4.2.2. *Matriu de disseny*, es convenient elaborar una matriu de disseny per veure la relació de les condicions amb les quals es realitzaran les simulacions. Cada fila de la *Taula 5.4* correspon a una simulació amb una combinació diferent de valors que prenen les tres variables que hem definit, al tractar-se de un disseny 2 a la 3 és necessari realitzar 8 simulacions. A les últimes columnes de cadascuna de les files s'hi anotaran les respostes obtingudes en les simulacions.

Simulació	A	B	C	Resposta 1	Resposta 2	Resposta 3	Resposta 4
1	580	560	10	0,38822	77,190	103,95	177,12
2	620	560	10	0,37926	80,402	105,61	180,26
3	580	600	10	0,37939	80,626	105,73	180,24
4	620	600	10	0,37043	84,219	107,78	184,03
5	580	560	11,6	0,44975	71,875	92,72	154,89
6	620	560	11,6	0,43940	75,205	94,31	157,47
7	580	600	11,6	0,43955	77,549	95,38	158,93
8	620	600	11,6	0,42920	77,254	95,57	159,49

Taula 5.4. Matriu de disseny del nostre disseny factorial 2 a la 3

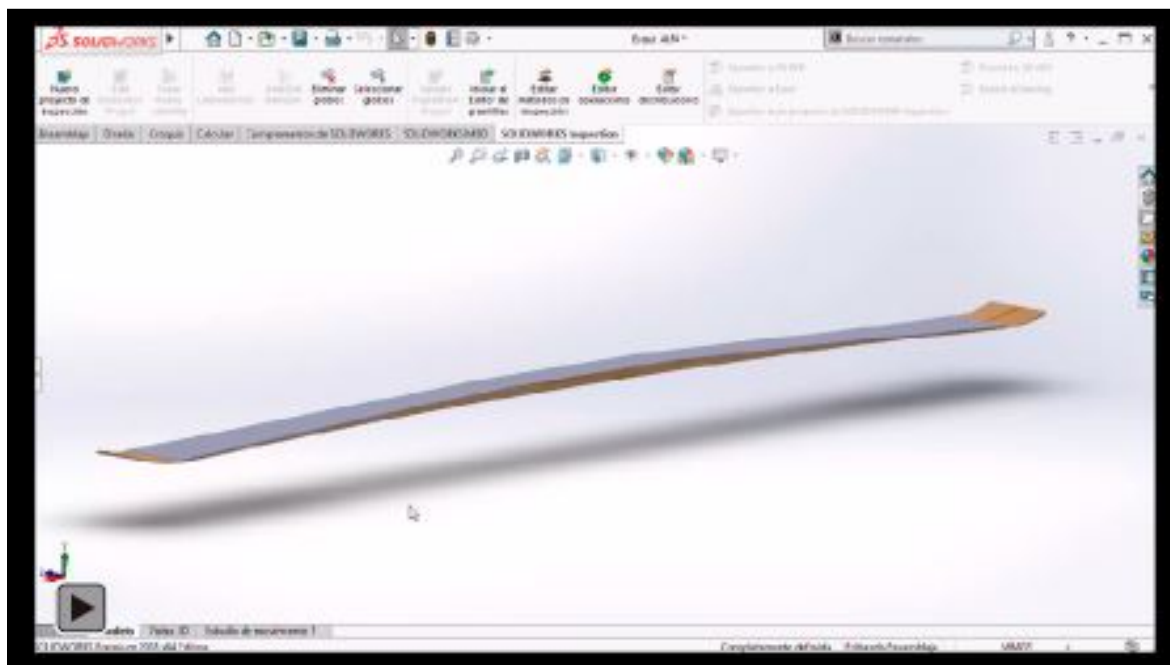
Per acabar amb l'apartat de disseny del disseny factorial 2 a la 3 que durem a terme, assignarem les quatre respostes de la matriu de disseny a una resposta quantificable que s'obtindrà de cadascuna de les simulacions.

- **Resposta 1:** Pes del nucli de fusta de l'esquí, en kg.
- **Resposta 2:** Deformació màxima en el punt mig de l'esquí, en mm.
- **Resposta 3:** Tensió normal màxima en el nucli de fusta, en MPa.
- **Resposta 4:** Tensió normal màxima en la fibra de vidre + epoxy, en MPa.

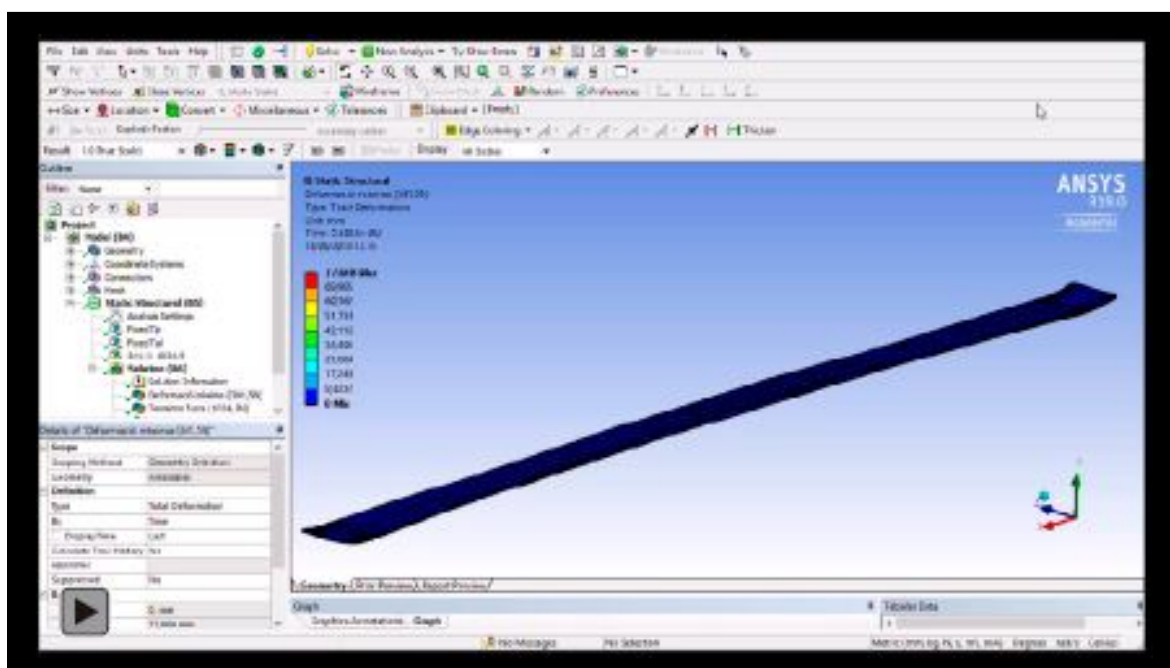
Totes les respostes assignades aquí, ja han estat explicades en l'apartat 5.4.1. *Simulació i anàlisi de l'esquí alfa*. S'utilitzarà la mateixa Taula 5.4 per anotar les respostes obtingudes en les simulacions, per evitar copiar de nou la taula, aquests resultats s'anoten de color blau per diferenciar-los de les dades de la matriu de disseny anotades anteriorment.



Vídeo del disseny 3D del “sandwich” de l’esquí



Vídeo de la deformació de l’esquí alfa al aplicar-hi una força de 341,5 N



5.5. Anàlisi estadístic dels resultats

Finalment, cal veure si els resultats obtinguts anteriorment ens permeten assolir l'objectiu principal del treball, l'optimització dels esquís de fusta alfa. Per fer això, s'analitzaran estadísticament els resultats amb l'ajuda de les eines que ens proporciona el software informàtic Minitab, i que han estat explicats en l'apartat 5.5. *Anàlisi estadístic dels resultats*.

Per tal de veure si s'està aconseguint una optimització amb el disseny d'experiments i els resultats obtingut, és indispensable definir uns objectius del disseny i que volem observar en l'anàlisi estadístic. Cal comentar, que la definició d'aquests objectius ja ha estat realitzada prèviament però que s'ha decidit explicar-ho en aquesta part de la memòria del treball per major claredat.

S'utilitzaran les quatre respostes obtingudes en cadascuna de les simulacions i les quatre respostes de l'esquí alfa per determinar aquesta optimització. L'objectiu serà minimitzar una d'aquestes respostes i aconseguir que les altres tres respostes es mantinguin dins d'un rang de valors acceptable.

La resposta que es vol minimitzar és el pes del nucli de fusta, de manera que s'aconsegueixi una major lleugeresa dels esquís, una especificació molt desitjada pels esquiadors. Al minimitzar aquesta resposta, és important que l'esquí no perdi la rigidesa desitjada, determinada per l'esquí alfa que es considera la ideal. També és indispensable que els valors de les tensions màximes en el nucli de fusta i en la fibra de vidre + epoxy es mantinguin en un rang de valors, per tal d'assegurar que l'esquí no falli estructuralment.

Les respostes que se li aplicarà una major restricció són les tensions màximes en el nucli de fusta, ja que una fallida estructural en aquesta part de l'esquí deixaria l'esquí inservible, i la deformació màxima, ja que la actual té una rigidesa desitjada. Mentre que la tensió màxima de màxima de fibra de vidre + epoxy se li aplicarà una menor restricció, ja que aquesta es pren més de referència. Així doncs, els objectius de cada resposta queden de la forma següent:

- **Resposta 1** → Minimitzar
- **Resposta 2** → Mantenir dins d'un rang $\pm 5\%$
- **Resposta 3** → No superar en més d'un $+4\%$
- **Resposta 4** → No superar en més d'un $+10\%$

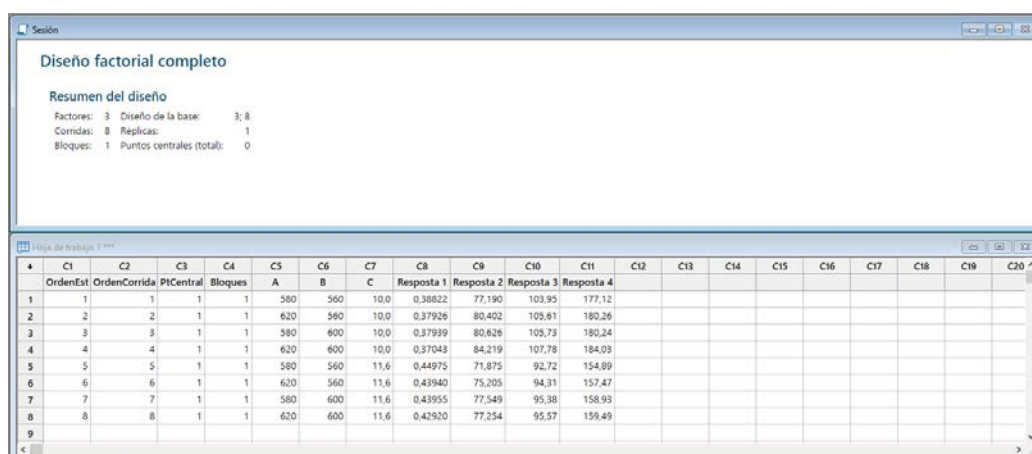
Combinant els objectius de cada resposta anteriors amb els valors numèrics de l'esquí alfa trobats en la seva simulació, presentats en la *Taula 5.1*, podem obtenir la taula següent:

	Resposta 1	Resposta 2	Resposta 3	Resposta 4
Valors objectius	Min (0,40458)	[73,727 ; 81,488]	(0 ; 105,03]	(0 ; 183,83]

Taula 5.5. Valors objectius de l'anàlisi estadístic

Una vegada ja definits i justificats els valors objectius de cada resposta del disseny d'experiments, podem procedir a l'anàlisi estadístic.

Començarem introduint els disseny factorial, amb tots els factors i els seus nivells, i totes les respostes obtingudes en una fulla de càlcul del Minitab per poder utilitzar les eines estadístiques que ens proporciona aquest software, tal i com podem veure en la *Fig. 5.13*.



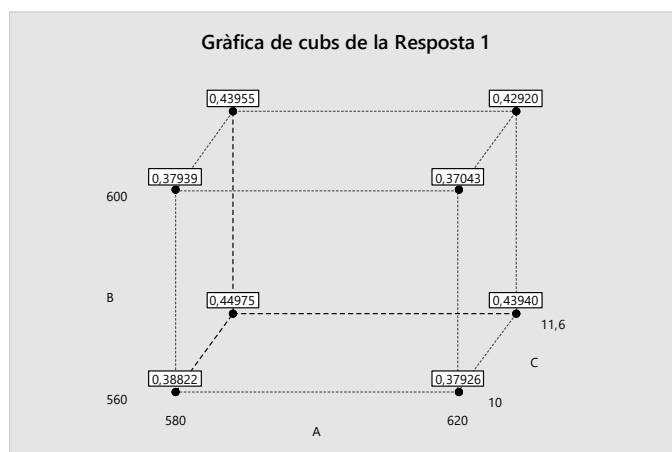
The screenshot shows the Minitab interface. The top window, titled 'Sesión', displays the 'Diseño factorial completo' (Full factorial design) summary. Below it, the 'Hoja de trabajo 1' (Worksheet 1) contains a table of experimental data with 20 columns (C1 to C20) and 9 rows of data.

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16	C17	C18	C19	C20
	OrdenEst	OrdenCorrida	PtCentral	Bloques	A	B	C	Resposta 1	Resposta 2	Resposta 3	Resposta 4									
1	1	1	1	1	580	560	10,0	0,38822	77,190	103,95	177,12									
2	2	2	1	1	620	560	10,0	0,37926	80,402	105,61	180,26									
3	3	3	1	1	580	600	10,0	0,37939	80,626	105,73	180,24									
4	4	4	1	1	620	600	10,0	0,37043	84,219	107,78	184,03									
5	5	5	1	1	580	560	11,6	0,44975	71,875	92,72	154,89									
6	6	6	1	1	620	560	11,6	0,43940	75,205	94,31	157,47									
7	7	7	1	1	580	600	11,6	0,43955	77,549	95,38	158,93									
8	8	8	1	1	620	600	11,6	0,42920	77,254	95,57	159,49									
9																				

Fig. 5.13. Disseny factorial i respostes obtingudes introduïdes en el Minitab

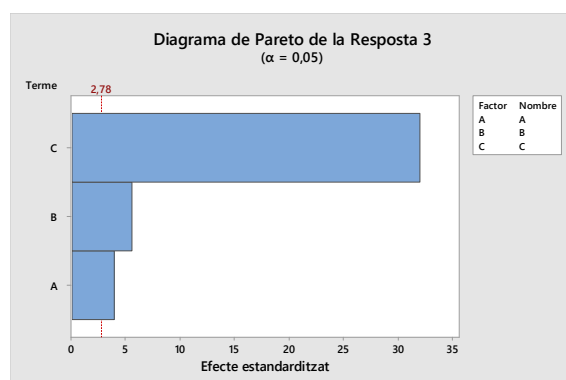
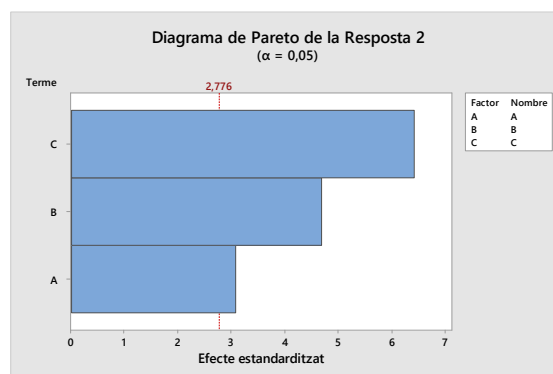
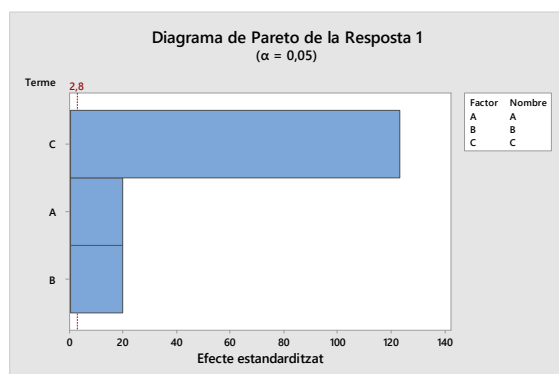
Tenint en compte la teoria, vista en l'apartat 5.5. *Anàlisi estadístic dels resultats*, els coneixements adquirits en assignatures com "Tècniques Estadístiques per la Qualitat" es seguirà una metodologia per buscar un òptim, que es descriurà i es realitzarà paral·lelament a continuació.

Primer, es farà ús d'una gràfica de cubs de la Resposta 1, pes del nucli de fusta (en kg), que és la resposta que es vol minimitzar per optimitzar l'esquí. Aquest primer gràfic ens permet tenir una primera idea de com varia aquesta resposta en funció dels valors que prenen les tres variables.



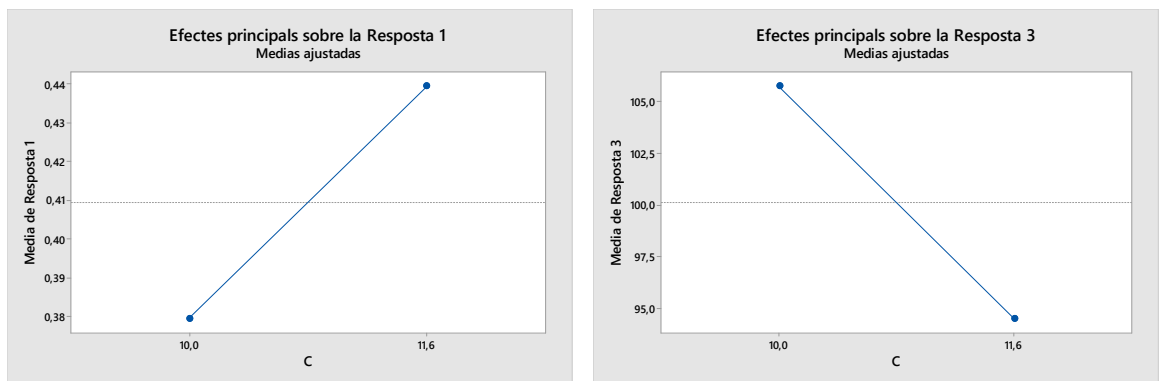
Gràfic 5.1. Gràfica de cubs de la Resposta 1

Podem veure en aquest primer *Gràfic 5.1.* que els valors més baixos de la resposta 1 s'obtenen per el nivell baix de la variable C, i lleugerament inferiors per als nivells alts de les variables A i B. Caldrà veure però que es compleixin els valors objectius en les altres tres respostes. A continuació, fem ús de diagrames de Pareto, fixant-nos només en termes d'ordre 1, per tal de veure les variables més significatives sobre les respostes 1,2 i 3.



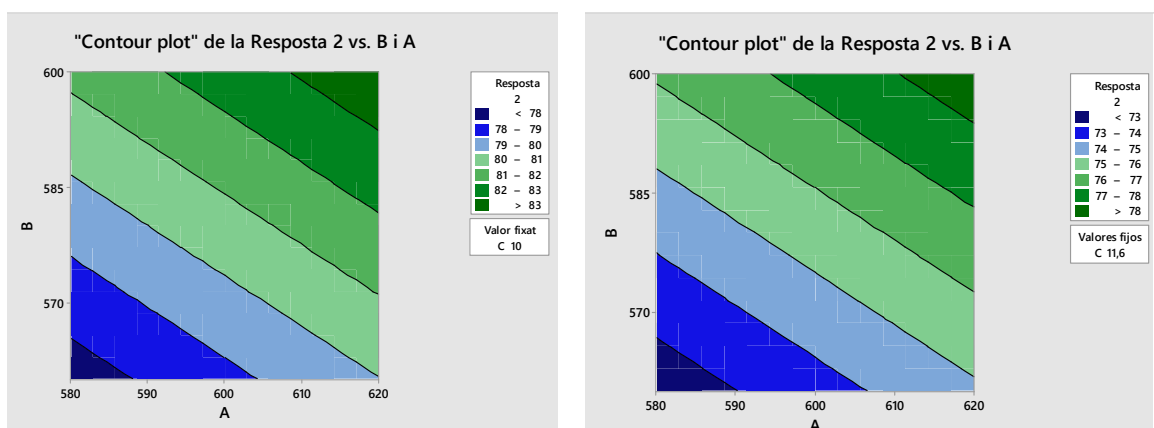
Gràfic 5.2. Diagrames de Pareto de les Respostes 1,2 i 3

En els diagrames de Pareto del *Gràfic 5.2*, podem veure que les tres variables són significatives en les tres respostes analitzades i la variable més significativa en les tres respostes és la variable C. En concret, podem veure en els diagrames de Pareto de les respostes 2 i 3 que la variable C té un efecte molt més elevat sobre les respostes, això implica que un variació del valor de la variable C provocarà un canvi molt més important sobre aquestes dues respostes que un canvi de valor de les variables A i/o B.

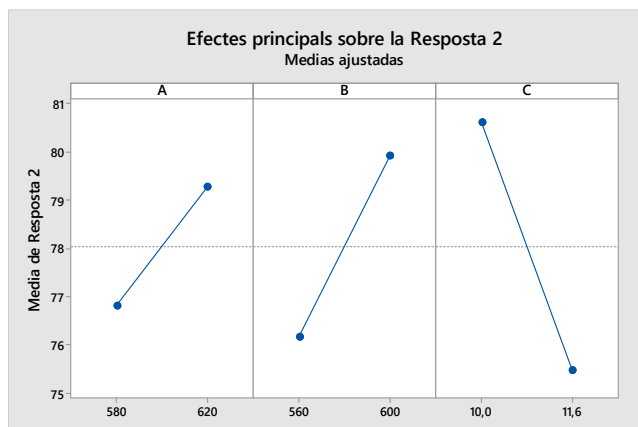


Gràfic 5.3. Efectes principals de la variable C sobre la Resposta 1 i sobre la Resposta 2

En canvi, en el diagrama de Pareto de la resposta 2, encara que la variable C segueixi sent la més significativa, veiem que les variables B i A tenen un pes important sobre aquesta resposta. El següent pas serà doncs, veure quins valors de les variables A i B permeten obtenir els valors objectius de la resposta 2, mantenint la variable C en un valor fixat. Per veure això, es fa ús d'un "Contour Plot", explicat en l'apartat 4.3.1. *Interpretació dels resultats*.



Gràfic 5.4. "Contour plots" de la Resposta 2 en funció de B i A, mantenint C en el nivell baix i alt



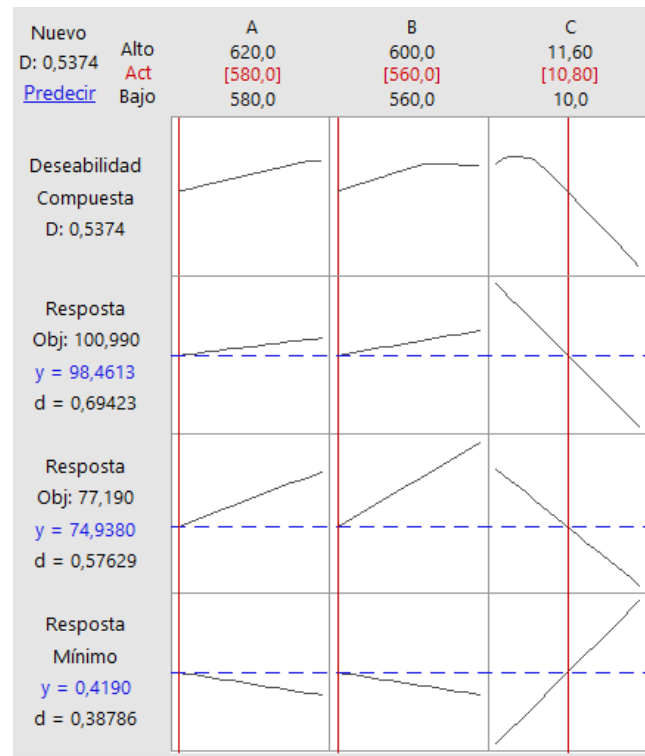
Gràfic 5.5. Efectes principals de totes les variables sobre la Resposta 2

Analitzant el Gràfic 5.3, el Gràfic 5.4 i el Gràfic 5.5 conjuntament podem veure que la variable C serà la que caldrà optimitzar si es vol aconseguir minimitzar la resposta 1. Ara bé, la modificació del valor d'aquesta variable provoca que les respostes 2 i 3 puguin prendre valors que es trobin fora dels valors objectius i que, per tant, aquell mínim de la resposta 1 no sigui vàlid.

Així doncs, primer fixarem els valors de les variables A i B de manera que obtenim la deformació mínima, ja que tot seguit, es modificarà la variable C per aconseguir minimitzar la resposta 1 i provocarà l'augment de les altres respostes. La fixació d'aquests valors es fa amb l'ajuda del Gràfic 5.4, on el "Countour plot" ens mostra que la deformació mínima s'aconsegueix en els nivells baixos de les variables A i B, és a dir, per a A=580 i B=560.

Finalment, es fa ús de la eina del Minitab "Gráfica de optimización" per fixar el valor de C, intentant buscar minimitzar la resposta 1 i mantenint-se dins dels valors objectius de les respostes 2 i 3.

En el Gràfic 5.6. observem que fixant les variables A=580 i B=560, i disminuint el valor de la variable C aconseguirem minimitzar la resposta 1, però les respostes 2 i 3 augmentaran. Caldrà doncs "jugar" en modificar la variable, per aconseguir el nostre objectiu però mantenint-nos en el rang de valors objectiu de les altres respostes definits en la Taula 5.5.



Gràfic 5.6. "Gráfica de optimización"

Després de hores d'anàlisi estadístic amb el Minitab s'ha aconseguit trobar una combinació de valors de les variables que aconsegueixen els valors objectius de la Taula 5.5.

A	B	C	Resposta 1	Resposta 2	Resposta 3	Resposta 4
580	600	10	0,3889	77,50	104,09	176,786

Taula 5.6. Valors òptims de les variables i respostes que s'obtenen amb el Minitab

Veiem que els valors de les variables d'aquest òptim són les de la simulació 1, això implica que les variables estan prenent nivells alts i/o baixos, i que aquest òptim es troba en un extrem del disseny d'experiments, Seria convenient doncs, realitzar una segona tanda de simulacions amb nous nivells per a les variables per seguir explorant l'espai de les respostes. Això no es realitzarà en aquest treball per falta de temps disponible,

Si comparem les respostes que ens proporciona el Minitab per aquesta combinació de valors de les variables, veiem que aquestes no coincideixen, això és degut a que amb el Minitab estem treballant sempre amb un model matemàtic, serà millor utilitzar els valors trobats en la simulació 1.

Serà convenient veure doncs si la combinació de valors de les variables de la simulació 1 i les respostes obtingudes en aquesta, aconseguixen una optimització rellevant de l'esquí alfa.

	A	B	C	Resposta 1	Resposta 2	Resposta 3	Resposta 4
alfa	590	610	10,8	0,40458	77,608	100,99	167,12
òptim	580	600	10	0,38822	77,190	103,95	177,12

Taula 5.7. Comparació dels valors de les variables i de les respostes de l'esquí alfa amb l'òptim trobat

Podem calcular el percentatge que s'ha minimitzat la resposta 1, el pes del nucli de l'esquí, en comparació amb l'esquí alfa:

$$\%_{millora_pes} = \frac{|Pes_{\text{òptim}} - Pes_{\text{alfa}}|}{Pes_{\text{alfa}}} \cdot 100 = \frac{|0,38822 - 0,40458|}{0,40458} \cdot 100 = 4,04\% \quad (\text{Eq. 5.7})$$

També podem fer els càlculs anàlegs de les respostes 2 i 3, per veure en quin percentatge han augmentat o disminuït les respostes en comparació amb l'esquí alfa:

$$\begin{aligned} \%_{\text{Resposta2}} &= \frac{\text{Resposta2}_{\text{òptim}} - \text{Resposta2}_{\text{alfa}}}{\text{Resposta2}_{\text{alfa}}} \cdot 100 = \frac{77,190 - 77,608}{77,608} \cdot 100 = -0,53\% \\ \%_{\text{Resposta3}} &= \frac{\text{Resposta3}_{\text{òptim}} - \text{Resposta3}_{\text{alfa}}}{\text{Resposta3}_{\text{alfa}}} \cdot 100 = \frac{103,95 - 100,99}{100,99} \cdot 100 = 2,93\% \end{aligned} \quad (\text{Eq. 5.8})$$

Així doncs podem acabar aquest anàlisi estadístic dels resultats, donant per vàlid aquest òptim ja que les respostes 2,3 i 4 es troben dins dels valors objectius, definits a la *Taula 5.2*, i s'ha aconseguit millorar la resposta 1 en un 4,04 %, mentre que les respostes 2 i 3 han tingut una variació percentual inferior, del -0,53 % i 2,93 %, respectivament.

6. Pressupost

En aquest apartat es realitza una valoració econòmica del cost de realització del projecte presentat, per determinar el cost aproximat d'aquest. El nucli d'aquest projecte es divideix en tres parts principals i cadascuna d'aquestes té uns tipus de costos diferents associats a les tasques realitzades, a continuació es llisten aquests tipus de costos:

- **La fusta com a material estructural**
 - Recerca i estudi
 - Assaigs al laboratori
 - Lloguer del laboratori + tècnic del laboratori
 - Material utilitzat
 - Llistó de fusta
- **Disseny d'experiments i optimització**
 - Recerca i estudi
- **Anàlisi per elements finits**
 - Càlculs i simulacions
 - Cost llicència del software
 - SOLIDWORKS Standard 2018
 - ANSYS Workbench Academic
 - Minitab 18

Una vegada definits tots els tipus de costos que formen part del projecte, es realitza una taula per calcular un cost aproximat d'aquest. Es considera la facturació de un Enginyer Tècnic Industrial de 36 €/h, preu que s'ha contrastat preguntant a enginyers industrials i recercant a internet.

Per tal de disposar de les instal·lacions i els aparells per realitzar els assaigs, explicats en l'apartat 3.3. *Assaigs per la determinació de les propietats mecàniques*, cal considerar un cost conjunt de lloguer del laboratori + tècnic del laboratori. Aquest cost és de 50 €/h + IVA, que ha estat proporcionat pel mateix tècnic que va ajudar a dur a terme els assaigs.

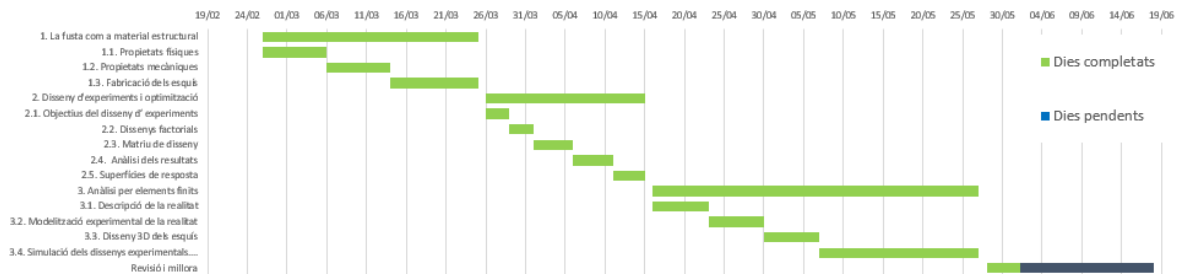
També es consideren costos associats a les llicències de software necessàries per tal de poder utilitzar els programes informàtics, aquest cost podria ser no considerat si l'enginyer ja disposés del software.

Per tal de determinar el total d'hores dedicades i la durada de les diferents parts, a l'inici del projecte es va realitzar una planificació d'aquest on s'ha anat anotat el progrés. Aquest diagrama, *Gràfic 6.1*, també ha sigut útil per complir amb els terminis previstos i no retardar-se.

		Quantitat	Cost unitat	Cost total
(1) La fusta com a material estructural	Recerca i estudi	45 h.	36 €	1620 €
	Lloguer del laboratori + tècnic del laboratori	7 h.	60,5 €/h	423,50 €
	Llistó de fusta	1 u.	20 €/u.	20 €
	Total part “La fusta com a material estructural”			2063,50 €
	Total part (1) + costos indirectes			2579,38 €
(2) Disseny d'experiments i optimització	Recerca i estudi	15 h.	36 €	540 €
	Total part “Disseny d'experiments i optimització”			540 €
	Total part (2) + costos indirectes			675 €
(3) Anàlisi per elements finits	Càlculs i simulacions	60 h.	36 €	2160 €
	SOLIDWORKS Standard 2018	1 u.	6600 €/u. [8]	6600 €
	ANSYS Workbench Academic	1 u.	0 €/u.	0 €
	Minitab 18	1 u.	1808,95 €/u. [9]	1808,95 €
	Total part “Anàlisi per elements finits”			10568,95 €
	Total part (3) + costos indirectes			13211,19 €
Total projecte brut				16465,57 €
Total projecte				18935,40 €

Taula 6.1. Cost aproximat del projecte, desglossat en els diferents tipus de costos

En la Taula 6.1 també s'han inclòs un 25 % de costos indirectes sobre els costos totals de cada part, corresponents a despeses generals i d'estructura de les activitats generades. També s'ha imputat un 15 % sobre el total final de l'activitat en concepte de benefici empresarial abans d'impostos.



Gràfic 6.1. Diagrama planificació del projecte

En la Taula 6.1. es poden veure els costos totals de cada part del projecte i el cost total del projecte. En el nostre cas, les llicències de software estan proporcionades per la mateixa universitat, per tant, el cost real han estat 0 €. El lloguer del laboratori + tècnic del laboratori, també ha estat de 0 €, ja que el *Departament de Resistència de Materials i Estructures a l'Enginyeria* ha col·laborat en els assaigs del projecte.

Conclusions

L'objectiu del projecte era l'optimització de uns esquís de fusta, concretament de l'esquí alfa, mitjançant una metodologia basada en el disseny d'experiments, la realització de simulacions per elements finits i, finalment, l'anàlisi estadístic dels resultats.

Abans d'extreure la conclusió final, fent referència a l'objectiu principal del treball, podem enumerar unes conclusions que s'han extret dels objectius específics que es van plantejar a l'inici del treball i que es poden trobar en l'aparat 2. *Introducció*:

- La recerca, estudi i assaigs realitzats sobre la fusta com a material estructural ens han permès veure que aquest material posseeix uns propietats físiques i mecàniques molt interessants, que provoquen, que encara després de molta evolució tecnològica, es tracti d'un material considerat a la hora de fabricar esquís. D'altra banda, es tracta d'un material que presenta una forta anisotropia, fent que siguin necessaris anàlisis estructurals més exhaustius que si s'utilitzessin materials isotròpics, fet que en dificulta la fabricació.
- El disseny d'experiments i un anàlisi estadístic dels resultats obtinguts adequat, ens ha permès buscar un esquí òptim realitzant un baix nombre de simulacions. Tot i aquest baix nombre de simulacions, s'ha obtingut un espai de respostes bastant ampli i s'han pogut utilitzar les eines estadístiques, descrites en aquest treball i apreses en assignatures de la carrera. A més, aquest baix nombre de simulacions realitzades comporta un estalvi de temps i econòmic, molt important en qualsevol projecte.

Finalment, s'ha obtingut un òptim dins de l'espai de disseny analitzat. Aquest esquí òptim, com hem vist en l'aparat 5.5. *Anàlisi estadístic dels resultats* ens millora les prestacions que ofereix l'esquí alfa. Tot i que, cal concloure que no es tracta d'una millora molt rellevant i que l'esquí alfa, que actualment es fabrica, està oferint les prestacions desitjades a la vegada d'estar força optimitzat.

Es podria recomanar al Sr. Oriol Baró, fabricant dels esquís de fusta artesanals, d'incloure la optimització trobada en els propers esquís fabricats, si aquesta millora no comporta un augment en els costos de fabricació i/o costos associats.

Es podria donar continuïtat a aquest projecte realitzant, com s'ha comentat al final de l'aparat 5.5. *Anàlisi estadístic dels resultats*, una segona tanda d'experimentació per seguir buscant un esquí més optimitzat, ampliant els nivells i les variables del disseny. Així mateix, es podrien realitzar noves simulacions modelitzant altres situacions d'ús dels esquís.

Agraïments

M'agradaria donar les gràcies:

Al Sr. Xavier Ayneto Gubert, tutor d'aquest treball, per acceptar la meva proposta, per tot el temps que ha dedicat en compartir els seus coneixements i per ajudar-me en moments de dubte.

Al Sr. Francesc Joaquim García Rabella, tècnic de laboratori del Departament de Resistència de Materials i Estructures a l'Enginyeria, per l'ajuda oferta en la realització dels assaigs, les seves valuoses aportacions tècniques i la seva atenció altruista i professional.

Al meu cosí Oriol Baró Fajula, per compartir amb mi el seu projecte personal, la predisposició mostrada en tot moment i la seva flexibilitat envers als canvis. Desitjar-li molta sort en aquest projecte, que tot just acaba de començar.

Finalment, a la meva família i gent més propera, pel seu suport emocional quan ha sigut necessari i per confiar en mi.

Bibliografia

ARGÜELLES, R. y ARRIAGA, F. *Estructuras de madera. Diseño y calculo*. Madrid, AITIM, 1996

MACUSA.(2017).[http://www.macusa.es/ca/files/30/Pergoles_i_porxos/102/PROPIETATS_FISIQUES_FUSTA.pdf] [28 Febrer 2018]

FERSANHIP.(2015).[http://mizuage.es/caracteristicas-de-la-madera/] [6 Març 2018]

VIQUIPÈDIA.(2017).[https://ca.wikipedia.org/wiki/Tracci%C3%B3] [9 Març 2018]

WIKIPEDIA.(2018).[https://es.wikipedia.org/wiki/Flexi%C3%B3n_mec%C3%A1nica] [9 Març 2018]

WIKIPEDIA.(2018).[https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%B3dulo_de_Young] [9 Març 2018]

TERMITERO.(2015).[http://www.tratamientodemaderas.es/blog/propiedades-mecanicas-de-la-madera-estructural/] [16 Març 2018]

Tknika.(2016).[http://normadera.tknika.net/es/content/ficha/fresno-com%C3%Ban] [16 Març 2018]

Eric Meier. (2008-2018).[http://www.wood-database.com/european-ash/] [20 Març 2018]

MatWeb. (1996-2018).[http://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=a88a77de1a714f72a974a953d2558c1e] [20 Març 2018]

WIKIPEDIA. (2014). [https://ca.wikipedia.org/wiki/M%C3%B2dul_de_cisallament] [11 Abril 2018]

WIKIPEDIA. (2018). [https://es.wikipedia.org/wiki/Reloj_comparador] [15 Abril 2018]

Sensing. (2018). [http://www.sensores-de-medida.es/sensing_sl/SENSORES-Y-TRANSDUCTORES_35/C%C3%A9lulas-de-carga---Sensores-de_fuerza_69/C%C3%A9lulas-de-carga-a-tracci%C3%B3n_75/C%C3%A9lula-de-carga-a-tracci%C3%B3n-tipo-S-AEP-TS_169.html] [16 Abril 2018]

Mapro Ingeniería, S.A. (2010-2018). [https://maprosensor.com/dinamometros-sensores-carga] [16 Abril 2018]

Instrumentos de Medida, S.L. (2018). [http://idm-instrumentos.es/inclinometros/] [16 Abril 2018]

Parquets Nadal. (2017). [<http://lwwf207.servidoresdns.net/cgi-vel/nadal-es/madera.pro>] [17 Abril 2018]

WIKIPEDIA. (2018). [https://ca.wikipedia.org/wiki/Coeficient_de_Poisson] [18 Abril 2018]

MARÍN, J.M. *Introducción al Diseño de Experimentos*. Madrid: UC3M. 2017.

Statistics How To. (2014). [<http://www.statisticshowto.com/contour-plots/>] [19 Abril 2018]

Nevasport.com. (2017). [<https://www.nevasport.com/urzaiz/art/52225/Esquis-espanoles-y-artesanos-Coretti/>] [20 Abril 2018]

WIKIPEDIA. (2017). [https://es.wikipedia.org/wiki/Dise%C3%B1o_factorial] [21 Abril 2018]

SKILAB. (2014). [<https://www.skilab.es/es/blog/la-construccion-del-esqui-parte-1/13>] [22 Abril 2018]

SoloNieve. (2018). [<https://solonieve.es/reportajes/nociones-basicas-sobre-las-tecnologias-de-construccion-de-los-esqui/>] [22 Abril 2018]

Skibaumarkt.de. (2018). [<https://www.skibaumarkt.de/en/product/fiberglass-triax-32-cm/>] [27 Abril 2018]

VIQUIPÈDIA. (2017). [https://ca.wikipedia.org/wiki/Fibra_de_vidre] [27 Abril 2018]

ESCOM,TM. (2016). [<https://www.atescom.es/fibra-vidrio-propiedades-aplicaciones/>] [27 Abril 2018]

Entropy Resins. (2018). [<https://europe.entropyresins.eu/store/supersap-clr-clx-clf-cls/>] [2 Maig 2018]

SKILAB. (2014). [<https://www.skilab.es/es/blog/la-estructura-de-la-base-del-esqui/34>] [2 Maig 2018]

VIQUIPÈDIA. (2017). [https://ca.wikipedia.org/wiki/Diagrama_de_Pareto] [4 Maig 2018]

VIQUIPÈDIA. (2018). [<https://es.wikipedia.org/wiki/Fricci%C3%B3n>] [7 Maig 2018]

WIKIPEDIA. (2018). [<https://es.wikipedia.org/wiki/SolidWorks>] [15 Maig 2018]

YouTube. (2015). [<https://www.youtube.com/watch?v=MUt3HCftuwE>] [18 Maig 2018]

WIKIPEDIA. (2018). [https://es.wikipedia.org/wiki/ANSYS#Productos_ANSYS] [20 Maig 2018]

WIKIPEDIA. (2018). [https://en.wikipedia.org/wiki/Mesh_generation] [30 Maig 2018]

A.B.Ingeniería Civil [http://www.abingenieriacivil.es/index.php?option=com_k2&view=itemlist&layout=category&task=categor y&id=33&Itemid=132] [12 Juny 2018]

- [1] ARGÜELLES, R. y ARRIAGA, F. *Estructuras de madera. Diseño y calculo*. Madrid, AITIM, 1996, p. 18
- [2] MADERAS MEDINA S,L. (2018). [<https://www.maderasmedina.com/fichas-propiedades/maderas-frondosas/fresno-europeo.html>] [10 Abril 2018]
- [3] RAYMOND, J. ROARK and WARREN, C. YOUNG. *Formulas for Stress and Strain, EUA, McGraw-Hill*, 1976, p.277
- [4] SEBASTIAN CLAUSS, CORINA PESCATORE and PETER NIEMZ. *Anisotropic elastic properties of common ash (Fraxinus excelsior L.)*, Zurich, ed. De Gruyter. 2014, p.947
- [5] SHOKRIEH, M. M. and RAFIEE, R. *Mechanical Properties Characterization of Biax and Triax Composites Based on Limited Experimental Data*, IUST International Journal of Engineering Science, Vol. 17, No.3-4, 2006, p 29-35.
- [6] PFC2. *Capítol 6: Mètode dels elements finits.pdf*, Barcelona, UPCommons, p.57
- [7] DECABLOCS. (2017). [<http://blog.montana.decathlon.es/fijaciones-de-esqui/>] [18 Maig 2018]
- [8] CIMWORKS. (2018). [<https://www.cimworks.es/precios-solidworks/>] [12 Juny 2018]
- [9] Minitab, Inc.[US. (2018). [https://store.minitab.com/781/purl-minitab?WT.srch=1&WT.mc_id=SE4544&gclid=CjwKCAjwgYPZBRBoEiwA2Xeupddl7K8SgnJkldoR10vBGVNtsu1pY3KaSUMsZ7c0fE4Q2RydysHZ-RoC4zcQAvD_BwE] [12 Juny 2018]